

2016 年高考桂林市、崇左市第一次联合调研考试

数学试卷(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分.考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填在试卷后面的答题卷上.
3. 本试卷主要考试内容:高中全部内容.

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{x | (x+1)(3-x) > 0\}$, 集合 $B = \{x | 1-x > 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于
A. $(1, 3)$ B. $(-\infty, -1)$
C. $(-1, 3)$ D. $(-1, 1)$

2. 在复平面内,复数 $\frac{2}{1-i} + 2i^2$ 对应的点位于

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

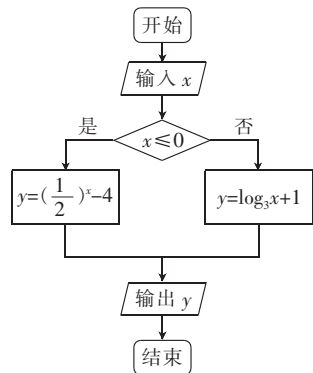
3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的离心率等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}b$, 则该双曲线的焦距为

A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 6 D. 8

4. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $3\sin 2\alpha = 2\cos \alpha$, 则 $\cos(\alpha - \pi)$ 等于

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{6}$

5. 已知一个算法的程序框图如图所示,当输出的结果为 0 时,输入的 x 值为



A. -2 B. -2 或 -1 C. 1 或 -3 D. -2 或 $\frac{1}{3}$

6. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-1 \leq 0, \\ 3x-y+1 \geq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. $(x^2 - 2)(1 + \frac{2}{x})^5$ 的展开式中 x^{-1} 的系数为

A. 60 B. 50 C. 40 D. 20

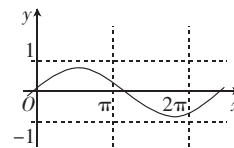
8. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象如下图所示,则该函数的解析式可能是

A. $f(x) = \frac{3}{4}\sin(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{6})$

B. $f(x) = \frac{4}{5}\sin(\frac{4}{5}x + \frac{1}{5})$

C. $f(x) = \frac{4}{5}\sin(\frac{5}{6}x + \frac{\pi}{6})$

D. $f(x) = \frac{4}{5}\sin(\frac{2}{3}x - \frac{1}{5})$



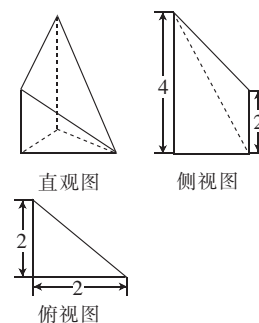
9. 高为 4 的直三棱柱被削去一部分后得到一个几何体,它的直观图和三视图中的侧视图、俯视图如图所示,则该几何体的体积是原直三棱柱的体积的

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{8}$



10. 若 $x \log_5 2 \geq -1$, 则函数 $f(x) = 4^x - 2^{x+1} - 3$ 的最小值为

A. -4 B. -3 C. -1 D. 0

11. 过点 $P(-2, 0)$ 的直线与抛物线 $C: y^2 = 4x$ 相交于 A, B 两点,且 $|PA| = \frac{1}{2}|AB|$, 则点 A 到抛物线 C 的焦点的距离为

A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{9}{7}$ D. 2

12. 若函数 $f(x) = (x^2 - cx + 5)e^x$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 4]$ 上单调递增, 则实数 c 的取值范围是

A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 4]$ C. $(-\infty, 8]$ D. $[-2, 4]$

第 II 卷

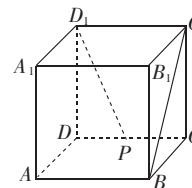
二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卷中的横线上.

13. 已知向量 a, b 的夹角为 $\frac{3\pi}{4}$, $|a| = \sqrt{2}$, $|b| = 2$, 则 $a(a - 2b) =$ ▲.

14. 如图,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为棱 DC 的中点, 则 D_1P 与 BC_1 所在直线所成角的余弦值等于 ▲.

15. 包括甲、乙、丙三人在内的 4 个人任意站成一排, 则甲与乙、丙都相邻的概率为 ▲.

16. 已知三角形 ABC 中, 三边长分别是 a, b, c , 面积 $S = a^2 - (b - c)^2$, $b + c = 8$, 则 S 的最大值是 ▲.



三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{3}{2}a_n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 2\log_3 \frac{a_n}{2} + 1$, 求 $\frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} \cdots + \frac{1}{b_{n-1} b_n}$.

18. (本小题满分 12 分)

某技术公司新开发了 A, B 两种新产品, 其质量按测试指标划分为: 指标大于或等于 82 为正品, 小于 82 为次品, 现随机抽取这两种产品各 100 件进行检测, 检测结果统计如下:

测试指标	$[70, 76)$	$[76, 82)$	$[82, 88)$	$[88, 94)$	$[94, 100]$
产品 A	8	12	40	32	8
产品 B	7	18	40	29	6

(1) 试分别估计产品 A , 产品 B 为正品的概率;

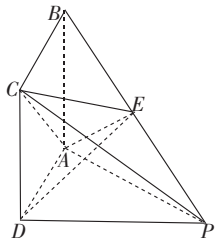
(2) 生产一件产品 A , 若是正品可盈利 80 元, 次品则亏损 10 元; 生产一件产品 B , 若是正品可盈利 100 元, 次品则亏损 20 元, 在 (1) 的前提下. 记 X 为生产 1 件产品 A 和 1 件产品 B 所得的总利润, 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PB 上的点, 且 $2BE = EP$.

(1) 证明 $AC \perp DE$;

(2) 若 $PC = \sqrt{2}BC$, 求二面角 $E-AC-P$ 的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, 短轴的一个端点 B 到点 F 的距离等于焦距.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 F 的直线 l 与椭圆 C 交于不同的两点 M, N , 是否存在直线 l , 使得 $\triangle BFM$ 与 $\triangle BFN$ 的面积比值为 2? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{x} + a \ln x (a \neq 0, a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的极值和单调区间;

(2) 若在区间 $(0, e]$ 上至少存在一点 x_0 , 使得 $f(x_0) < 0$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

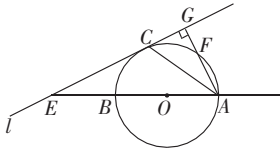
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 做答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

已知直线 AB 过圆心 O , 交 $\odot O$ 于 A, B , 直线 AF 交 $\odot O$ 于 A, F (不与 B 重合), 直线 l 与 $\odot O$ 相切于 C , 交 AB 于 E , 且与 AF 垂直, 垂足为 G , 连结 AC .

求证: (1) $\angle BAC = \angle CAG$;

(2) $AC^2 = AE \cdot AF$.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知曲线 $C_1: \rho = 2 \sin \theta$, 曲线 $C_2: \begin{cases} x = -\frac{3}{5}t + 2, \\ y = \frac{4}{5}t, \end{cases} (t \text{ 为参数}).$

(1) 求 C_1 的直角坐标方程及 C_2 的普通方程;

(2) 若 M 为曲线 C_2 与 x 轴的交点, N 为曲线 C_1 上一动点, 求 $|MN|$ 的最大值.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知实数 $f(x) = \frac{a}{x-1} + ax (a > 0)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的最小值为 15, 函数 $g(x) = |x+a| + |x+1|$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 求函数 $g(x)$ 的最小值.

2016 年高考桂林市、崇左市第一次联合调研考试

数学试卷参考答案(理科)

1. D $\because A=(-1,3), B=(-\infty,1), \therefore A \cap B=(-1,1).$

2. B $\frac{2}{1-i}+2i^2=-1+i$, 故选 B.

3. D 设双曲线的焦距为 $2c$. 由已知得 $\frac{c}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}b$, 又 $c^2=4+b^2$, 解得 $c=4$, 则焦距为 8.

4. C 由 $3\sin 2\alpha=2\cos \alpha$ 得 $\sin \alpha=\frac{1}{3}$. 因为 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$,

$$\text{故 } \cos(\alpha-\pi)=-\cos \alpha=\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

5. D 当 $x \leq 0$ 时, 由 $y=(\frac{1}{2})^x-4=0$ 得 $x=-2$; 当 $x > 0$ 时, 由 $y=\log_3 x+1=0$ 得 $x=\frac{1}{3}$.

6. B 画出可行域得知, 当过点 $(1,0)$ 时 z 取得最大值 2.

7. A 由通项公式得展开式中 x^{-1} 的系数为 $2^3 C_5^3 - 2^2 C_5^4 = 60$.

8. B 由图可以判断 $|A| < 1, T > 2\pi \Rightarrow |\omega| < 1, f(\pi) > 0, f(2\pi) < 0$, 只有选项 B 满足上述条件.

9. C 由侧视图、俯视图知该几何体是高为 2、底面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times (2+4) = 6$ 的四棱锥, 其体积为 4. 又三棱柱的体积为 8, 故选 C.

10. A $\because x \log_5 2 \geq -1, \therefore 2^x \geq \frac{1}{5}$, 则 $f(x) = 4^x - 2^{x+1} - 3 = (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 = (2^x - 1)^2 - 4$.

当 $2^x = 1$ 时, $f(x)$ 取最小值 -4 .

11. A 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 分别过 A, B 作直线 $x = -2$ 的垂线, 垂足分别为 D, E ,

$$\because |PA| = \frac{1}{2} |AB|, \therefore \begin{cases} 3(x_1+2) = x_2+2, \\ 3y_1 = y_2, \end{cases} \text{ 又 } \begin{cases} y_1^2 = 4x_1, \\ y_2^2 = 4x_2, \end{cases} \text{ 得 } x_1 = \frac{2}{3}, \text{ 则点 } A \text{ 到抛物线 } C \text{ 的焦点的距离为 } 1 +$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{3}.$$

12. B $f'(x) = [x^2 + (2-c)x - c + 5]e^x$, 因为函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 4]$ 上单调递增,

$$\text{等价于 } x^2 + (2-c)x - c + 5 \geq 0 \text{ 对任意 } x \in [\frac{1}{2}, 4] \text{ 恒成立, 即 } (x+1)c \leq x^2 + 2x + 5 \Rightarrow c \leq \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1} \text{ 对任意 } x$$

$$\in [\frac{1}{2}, 4] \text{ 恒成立, } \therefore x \in [\frac{1}{2}, 4], \therefore \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1} = (x+1) + \frac{4}{x+1} \geq 4, \text{ 当且仅当 } x=1 \text{ 等号成立, } \therefore c \leq 4.$$

$$13. 6 \quad \mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) = \mathbf{a}^2 - 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 - 2 \times \sqrt{2} \times 2 \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = 6..$$

14. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ 连结 AD_1, AP , 则 $\angle AD_1P$ 就是所求角, 设 $AB=2$, 则 $AP=D_1P=\sqrt{5}, AD_1=2\sqrt{2}, \therefore \cos \angle AD_1P =$

$$\frac{\frac{1}{2}AD_1}{D_1P} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

15. $\frac{1}{6}$ 4 个人的全排列种数为 A_4^4 , 甲与乙、丙都相邻的排法有 $A_2^2 A_2^2$ 种, 则所求概率为 $\frac{A_2^2 A_2^2}{A_4^4} = \frac{1}{6}$.

16. $\frac{64}{17}$ 因为 $S = a^2 - (b-c)^2$, 所以 $\frac{1}{2} bc \sin A = -(b^2 + c^2 - a^2) + 2bc$, 所以 $\frac{1}{2} bc \sin A = 2bc - 2bccos A$, 所以 $\sin$

$$A = 4(1 - \cos A), \text{ 所以 } \sin A = \frac{8}{17}, \text{ 所以 } S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{4}{17} bc \leq \frac{4}{17} (\frac{b+c}{2})^2 = \frac{64}{17}.$$

17. 解: (1) 当 $n=1$ 时, $a_1 = \frac{3}{2}a_1 - 1, \therefore a_1 = 2$,

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } \therefore S_n = \frac{3}{2}a_n - 1, \textcircled{1}$$

$$S_{n-1} = \frac{3}{2}a_{n-1} - 1 (n \geq 2), \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 得: } a_n = (\frac{3}{2}a_n - 1) - (\frac{3}{2}a_{n-1} - 1), \text{ 即 } a_n = 3a_{n-1},$$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2, 公比为 3 的等比数列,

$$\therefore a_n = 2 \cdot 3^{n-1}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } b_n = 2 \log_3 \frac{a_n}{2} + 1 = 2n - 1,$$

$$\therefore \frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_1 b_2} \dots + \frac{1}{b_{n-1} b_n} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2n-3)(2n-1)}$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1})$$

$$= \frac{n-1}{2n-1}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

18. 解: (1) 产品 A 为正品的概率为 $\frac{40+32+8}{100} = \frac{4}{5}$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

产品 B 为正品的概率约为 $\frac{40+29+6}{100} = \frac{3}{4}$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 随机变量 X 的所有取值为 180, 90, 60, -30. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$$P(X=180) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5};$$

$$P(X=90) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20};$$

$$P(X=60) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5};$$

$$P(X=-30) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

所以, 随机变量 X 的分布列为:

X	180	90	60	-30
P	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$

$$E(X) = 180 \times \frac{3}{5} + 90 \times \frac{3}{20} + 60 \times \frac{1}{5} + (-30) \times \frac{1}{20} = 132. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19. 解: (1) $\because PD \perp$ 平面 $ABCD, \therefore PD \perp AC$,

$\because$ 底面 $ABCD$ 是正方形, $\therefore BD \perp AC, \therefore AC \perp$ 平面 PBD ,

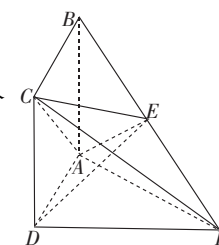
$\because DE \subset$ 平面 $PBD, \therefore AC \perp DE. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(2) 以 D 为原点, DP, DA, DC 所在的直线为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系.

设 $BC=3$, 则 $CP=3\sqrt{2}, DP=3$, 因为 $2BE=EP$,

易知 $D(0,0,0), A(0,3,0), C(0,0,3), P(3,0,0), E(1,2,2)$.

所以 $\overrightarrow{CA} = (0,3,-3), \overrightarrow{CP} = (3,0,-3), \overrightarrow{CE} = (1,2,-1),$



设平面 ACP 的法向量为 $\boldsymbol{u}=(x,y,z)$, 则 $\boldsymbol{u} \cdot \overrightarrow{CA}=0, \boldsymbol{u} \cdot \overrightarrow{CP}=0$,

即 $\begin{cases} 3y-3z=0, \\ 3x-3z=0, \end{cases}$ 令 $x=1$, 得 $\boldsymbol{u}=(1,1,1)$, 同理可取平面 ACE 的法向量 $\boldsymbol{v}=(-1,1,1)$,

所以 $\cos\langle \boldsymbol{u}, \boldsymbol{v} \rangle = \frac{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{u}| |\boldsymbol{v}|} = \frac{1}{3}$, 由图知二面角 $E-AC-P$ 为锐二面角, 所以二面角 $E-AC-P$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$ 12 分

20. 解: (1) 由已知得 $c=1, a=2c=2, b^2=a^2-c^2=3$,

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4 分

(2) $\frac{S_{\triangle BFM}}{S_{\triangle BFN}} = 2$ 等价于 $\frac{FM}{FN} = 2$, 6 分

当直线 l 斜率不存在时, $\frac{FM}{FN} = 1$, 不符合题意, 舍去;

当直线 l 斜率存在时, 设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)$,

由 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \\ y=k(x-1), \end{cases}$ 消 x 并整理得 $(3+4k^2)y^2 + 6ky - 9k^2 = 0$,

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 则 $y_1 + y_2 = -\frac{6k}{3+4k^2}$ ①, $y_1 y_2 = \frac{-9k^2}{3+4k^2}$ ②,

由 $\frac{FM}{FN} = 2$ 得 $y_1 = -2y_2$ ③, 由 ①②③ 解得 $k = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$,

因此存在直线 $l: y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$, 使得 $\triangle BFM$ 与 $\triangle BFN$ 的面积比值为 2. 12 分

21. 解: (1) 当 $a=1, f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$,

令 $f'(x) = 0$, 得 $x=1$,

又 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 由 $f'(x) < 0$ 得 $0 < x < 1$, 由 $f'(x) > 0$ 得 $x > 1$,

所以 $x=1$ 时, $f(x)$ 有极小值为 1.

$f(x)$ 的单调递增区间为 $(1, +\infty)$, 单调递减区间为 $(0, 1)$ 5 分

(2) $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{a}{x} = \frac{ax-1}{x^2}$, 且 $a \neq 0$, 令 $f'(x) = 0$, 得到 $x = \frac{1}{a}$, 若在区间 $(0, e]$ 上存在一点 x_0 , 使得 $f(x_0) < 0$ 成立, 即 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值小于 0.

当 $x = \frac{1}{a} < 0$, 即 $a < 0$ 时, $f'(x) < 0$ 恒成立, 即 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上单调递减,

故 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值为 $f(e) = \frac{1}{e} + a \ln e = \frac{1}{e} + a$,

由 $\frac{1}{e} + a < 0$, 得 $a < -\frac{1}{e}$, 即 $a \in (-\infty, -\frac{1}{e})$ 8 分

当 $x = \frac{1}{a} > 0$, 即 $a > 0$ 时,

① 若 $e \leq \frac{1}{a}$, 则 $f'(x) \leq 0$ 对 $x \in (0, e]$ 成立, 所以 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上单调递减,

则 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值为 $f(e) = \frac{1}{e} + a \ln e = \frac{1}{e} + a > 0$,

显然, $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值小于 0 不成立.

② 若 $0 < \frac{1}{a} < e$, 即 $a > \frac{1}{e}$ 时, 则有

x	$(0, \frac{1}{a})$	$\frac{1}{a}$	$(\frac{1}{a}, e)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	极小值	$\nearrow$

所以 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值为 $f(\frac{1}{a}) = a + a \ln \frac{1}{a}$,

由 $f(\frac{1}{a}) = a + a \ln \frac{1}{a} = a(1 - \ln a) < 0$, 得 $1 - \ln a < 0$, 解得 $a > e$, 即 $a \in (e, +\infty)$.

综上, 由 ①② 可知: $a \in (-\infty, -\frac{1}{e}) \cup (e, +\infty)$ 符合题意. 12 分

22. 证明: (1) 连结 BC , 因为 AB 为 $\odot O$ 的直径, 所以 $\angle BAC + \angle CBA = 90^\circ$.

因为 $AG \perp l$, 所以 $\angle CAG + \angle GCA = 90^\circ$,

又因为 GC 与 $\odot O$ 相切于 C , 所以 $\angle GCA = \angle CBA$, 所以 $\angle BAC = \angle CAG$ 5 分

(2) 由 (1) 可知 $\angle EAC = \angle CAF$, 连结 CF , 又因为 GE 与 $\odot O$ 相切于 C , 所以 $\angle ECA = \angle CFA$, 所以 $\triangle AFC \sim \triangle ACE$,

所以 $\frac{AC}{AE} = \frac{AF}{AC}$, 所以 $AC^2 = AE \cdot AF$ 10 分

23. 解: (1) 曲线 C_1 的极坐标化为 $\rho^2 = 2\rho \sin \theta$,

又 $x^2 + y^2 = \rho^2, x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta$,

所以曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 2y = 0$,

因为曲线 C_2 的参数方程是 $\begin{cases} x = -\frac{3}{5}t + 2, \\ y = \frac{4}{5}t, \end{cases}$ 消去参数 t 得, 曲线 C_2 的普通方程为 $4x + 3y - 8 = 0$ 5 分

(2) 在 $4x + 3y - 8 = 0$ 中, 令 $y = 0$, 得 $x = 2$, 即 M 点的坐标为 $(2, 0)$,

又曲线 C_1 为圆, 其圆心坐标为 $C_1(0, 1)$, 半径 $r = 1$, 则 $|MC_1| = \sqrt{5}$,

所以 $|MN| \leq |MC_1| + r = \sqrt{5} + 1$, 所以 $|MN|$ 的最大值为 $\sqrt{5} + 1$ 10 分

24. 解: (1) $\because f(x) = \frac{a}{x-1} + ax = \frac{a}{x-1} + a(x-1) + a, x > 1, a > 0$,

$\therefore f(x) \geq 3a$, 即有 $3a = 15$, 解得 $a = 5$ 5 分

(2) 由于 $|x+5| + |x+1| \geq |(x+5) - (x+1)| = 4$, 等号当且仅当 $-5 \leq x \leq -1$ 时成立,

$\therefore g(x) = |x+5| + |x+1|$ 的最小值为 4. 10 分