**2017年全国1卷高考热身训练试题解析版（一）**

**一、选择题：（12小题，共60分）**

1、集合A={1，2，3}，B={4，5}，M={x|x=a+b，a∈A，b∈B}，则M中元素的个数为（　　）

 A．3 B．4 C．5 D．6

1、解：因为集合A={1，2，3}，B={4，5}，M={x|x=a+b，a∈A，b∈B}，所以a+b的值可能为：1+4=5、1+5=6、2+4=6、2+5=7、3+4=7、3+5=8，所以M中元素只有：5，6，7，8．共4个．选B．

2、已知复数（为虚数单位），则的共轭复数是（ ）

 A． B． C． D．

2、【解】因为，所以其共轭复数是，选A．

3、已知四边形ABCD是平行四边形，则（　　）

 A．2 B．﹣2 C．﹣10 D．10

3、解：

∴选B．

4、正项等差数列中，若成等比数列，则（　　）

 A．19 B．20 C．21 D．22

4、解：∵正项等差数列{an}中，a1+a2+a3=15，∴a2=5，d＞0，∵a1+2，a2+5，a3+13构成等比数列，即7﹣d，10，18+d构成等比数列，依题意，有（7﹣d）（18+d）=100，解得d=2或d=﹣13（舍），∴a10=a2+（10﹣2）d=5+8×2=21，故选：C．

5、设0<*b*<*a*<1，则下列不等式成立的是(　　)

 A．*ab*<*b*2<1 B． C．2*b*<2*a*<2 D．*a*2<*ab*<1

5、解：取*a*＝，*b*＝验证可得．选：C．

6、若，则（ ）

A． B． C． D．

6、【解】因为，，所以，

所以，选B．

7、秦九韶算法是南宋时期数学家秦九韶提出的一种多项式简化算法，即使在现代，它依然是利用计算机解决多项式问题的最优算法，即使在现代，它依然是利用计算机解决多项式问题的最优算法，其算法的程序框图如图所示，若输入的分别为，若，根据该算法计算当时多项式的值，则输出的结果为（ ）



 A．248 B．258 C．268 D．278

7、【解】该程序框图是计算多项式，当时，，选B．

8、为了得到函数的图象，可以将函数的图象向（ ）

 A．左移个单位长度 B．右移个单位长度 C．左移个单位长度 D．右移个单位长度

8、【解】由题，图象变换得：，可知：向右移个单位长度．选D

9、如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体最长的棱长等于（ ）



A． B． C． D．

9、【解】由三视图可知，该几何体的直观图如图所示，



由直观图可知，最长的棱为．选B。

10、已知双曲线，右焦点到渐近线的距离为2，到原点的距离为3，则双曲线的离心率为（ ）

A． B． C． D．

10、【解】依题意，焦点到渐近线的距离，焦点到原点的距离，故，离心率为．由于双曲线的焦点为，双曲线其中一条渐近线的方程为即．焦点到渐近线的距离为，也就是说双曲线焦点到渐近线的距离为，这个可以当成一个结论来记忆．

11、函数的大致图像是（ ）

A． B． C． D． 

11、【解】当时，，所以排除A，当时，函数图像应和相交，所以排除D，函数图像偶函数，所以排除C，满足条件的只有B，故选B．

12、函数在区间内存在单调递增区间，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

12、【解】由题意得，，若在区间内存在单调递增区间，在在有解，故的最小值，又在上是单调递增函数，所以，所以实数的取值范围是，故选D．

二、填空题：**（4小题，共20分）**

13、设，满足约束条件，则的取值范围为 ．

13、【解】由题意得，画出约束条件所表示的可行域，如图所示，当目标函数过点时，取得最小值，此时最小值为；当目标函数过点时，取得最大值，此时最小值为，所以的取值范围为．



14、从2,3,8,9中任取两个不同的数字，分别记为*a*，*b*，则log*ab*为整数的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_．

14、解：从2,3,8,9中任取两个不同的数字，分别记为*a*，*b*，则有2,3；2,8；2,9；3,8；3,9；8,9；3,2；8,2；9,2；8,3；9,3；9,8，共12种取法，其中log*ab*为整数的有(2,8)，(3,9)两种，故*P*＝＝.

15、已知函数在点处的切线平行于轴，则实数\_\_\_\_\_\_．

15、【解】由，得，∴，由，得．

16、在棱长为1的正方体中，异面直线与所成角的大小是 ．

16、【解】如下图所示，连接，则，所以就是异面直线与所成的角，又，即三角形为等边三角形，所以，即异面直线与所成的角为．

三、解答题：**（6小题，共70分）**

17、△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知*a*＝*b*cos *C*＋*c*sin *B*.

(1)求*B*；

(2)若*b*＝2，求△*ABC*面积的最大值．

17、解：(1)由已知及正弦定理得sin *A*＝sin *B*cos *C*＋sin *C*sin *B*．①又*A*＝π－(*B*＋*C*)，

故sin *A*＝sin(*B*＋*C*)＝sin *B*cos *C*＋cos *B*sin *C*．②

由①②和*C*∈(0，π)得sin *B*＝cos *B*，所以tan *B*＝1.又*B*∈(0，π)，所以*B*＝.

(2)△*ABC*的面积*S*＝*ac*sin *B*＝*ac*.由已知及余弦定理得4＝*a*2＋*c*2－2*ac*cos.

又*a*2＋*c*2≥2*ac*，故*ac*≤，当且仅当*a*＝*c*时，等号成立．因此△*ABC*的面积的最大值为＋1.

18、如图，在四棱锥中， *PD*⊥平面*ABCD*，底面*ABCD*是菱形，，，，*O*为*AC*与*BD*的交点，*E*为棱*PB*上一点．

（1）证明：平面*EAC*⊥平面*PBD*；

（2）若*PD*∥平面*EAC*，求三棱锥的体积．

18、【解】（1）∵*PD*⊥平面*ABCD*，*AC*平面*ABCD*，

∴．∵四边形*ABCD*是菱形，∴．

又∵，∴*AC*⊥平面*PBD*．而*AC*平面*EAC*，

∴平面*EAC*⊥平面*PBD*；

（2）连接，∵∥平面*EAC*，平面*EAC*平面*PBD*＝*OE*，∴∥*OE*．

∵*O*是*BD*的中点，∴*E*是*PB*的中点．取*AD*的中点*H*，连接*BH*，∵四边形*ABCD*是菱形，，

∴*BH*⊥*AD*，又*BH*⊥*PD*，*AD**PD*＝*D*，∴*BH*⊥平面*PAD*，且，

故．

19、我国是世界上严重缺水的国家，某市为了制定合理的节水方案，对居民用水情况进行了调查．通过抽样，获得了某年100位居民每人的月均用水量(单位：吨)．将数据按照[0,0.5)，[0.5,1)，…，[4,4.5]分成9组，制成了如图所示的频率分布直方图．



(1)求直方图中*a*的值；

(2)设该市有30万居民，估计全市居民中月均用水量不低于3吨的人数，说明理由；

(3)估计居民月均用水量的中位数．

19、解：(1)由频率分布直方图可知，月均用水量在[0,0.5)的频率为0.08×0.5＝0.04，同理，在[0.5,1)，[1.5,2)，[2,2.5)，[3,3.5)，[3.5,4)，[4,4.5]组的频率分别为0.08,0.21,0.25,0.06,0.04,0.02.

由1－(0.04＋0.08＋0.21＋0.25＋0.06＋0.04＋0.02)＝0.5×*a*＋0.5×*a*，解得*a*＝0.30.

(2)由(1)知，该市100位居民中月均用水量不低于3吨的频率为0.06＋0.04＋0.02＝0.12.

由以上样本的频率分布，可以估计30万居民中月均用水量不低于3吨的人数为300 000×0.12＝36 000.

(3)设中位数为*x*吨．因为前5组的频率之和为0.04＋0.08＋0.15＋0.21＋0.25＝0.73>0.5，

而前4组的频率之和为0.04＋0.08＋0.15＋0.21＝0.48<0.5，所以2≤*x*<2.5.

由0.50×(*x*－2)＝0.5－0.48，解得*x*＝2.04.故可估计居民月均用水量的中位数为2.04吨．

20、已知抛物线的焦点为*F*，抛物线上存在一点*G*到焦点的距离为3，且点*G*在圆上．

（1）求抛物线的方程；

（2）已知椭圆的一个焦点与抛物线的焦点重合，且离心率为．直线交椭圆于*A*，*B*两个不同的点，若原点*O*在以线段*AB*为直径的圆的外部，求实数*k*的取值范围．

20、【解】（1）设点*G*的坐标为．由题可知，，解得，∴抛物线的方程为；

（2）由（1）得，抛物线的焦点，∵椭圆的一个焦点与抛物线的焦点重合，∴椭圆的半焦距，即，又椭圆的离心率为，∴，即，

∴椭圆的方程为，设，由，得，

由韦达定理，得，由，得，

解得或······①，∵原点*O*在以线段*AB*的圆的外部，则，

∴

，即······②，

由①，②得，实数*k*的范围是或，即实数*k*的取值范围是．

21、已知函数*f*(*x*)＝2ln *x*－(*x*－1)2－2*k*(*x*－1)．

(1)当*k*＝1时，求*f*(*x*)的单调区间及极值；

(2)确定实数*k*的取值范围，使得存在*x*0>1，当*x*∈(1，*x*0)时，恒有*f*(*x*)>0.

21、解：(1)当*k*＝1时，*f*(*x*)＝2ln *x*－(*x*－1)2－2(*x*－1)＝2ln *x*－*x*2＋1(*x*>0)，

∴*f*′(*x*)＝－2*x*＝，令*f*′(*x*)>0得0<*x*<1，令*f*′(*x*)＝0得*x*＝1，令*f*′(*x*)<0得*x*>1，∴*f*(*x*)在(0,1)上单调递增，在(1，＋∞)上单调递减，当*x*＝1时，*f*(*x*)取得极大值*f*(1)＝0.

(2)由(1)知，若*k*＝1，当*x*>1时，*f*(*x*)<*f*(*x*)极大值＝0，即不存在*x*0>1，当*x*∈(1，*x*0)时，恒有*f*(*x*)>0；

若*k*>1，当*x*>1时，*f*(*x*)＝2ln *x*－(*x*－1)2－2*k*(*x*－1)<2ln *x*－(*x*－1)2－2(*x*－1)<0，即不存在*x*0>1，当*x*∈(1，*x*0)时，恒有*f*(*x*)>0；

若*k*<1，*f*(*x*)＝2ln *x*－(*x*－1)2－2*k*(*x*－1)，∴*f*′(*x*)＝－2*x*＋2－2*k*＝[－*x*2＋(1－*k*)*x*＋1]，

令*f*′(*x*)＝0，即－*x*2＋(1－*k*)*x*＋1＝0，解得*x*1＝＝<0，

*x*2＝＝>1，

∴当0<*x*<*x*2时，*f*′(*x*)>0，即*f*(*x*)在(0，*x*2)上是单调递增函数，∴*f*(*x*)在(1，*x*2)上是单调递增函数，且*f*(1)＝0，∴存在*x*0＝*x*2，使得*x*∈(1，*x*0)时，恒有*f*(*x*)>*f*(1)＝0.综上，*k*的取值范围是(－∞，1)．

**请考生在22、23题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分。**

22．（本小题满分10分）选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系中，曲线*B*是过点，倾斜角为的直线，以直角坐标系的原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线*A*的极坐标方程是．

（1）求曲线*A*的普通方程和曲线*B*的一个参数方程；

（2）曲线*A*与曲线*B*相交于*M*，*N*两点，求的值．

22、【解】（1）∵，∴，即曲线*A*的普通方程为，

由题得，曲线*B*的一个参数方程为（*t*为参数）．

（2）设，把，代入中，

得，整理得，∴，，

∴．

23．（本小题满分10分）选修4-5：不等式选讲

已知定义在**R**上的函数的最小值为．

（1）求的值；

（2）若为正实数，且，求证：．

23、【解】（1）因为，当且仅当时，等号成立，所以的最小值等于，即．

（2）由（1）知，又因为是正数，

∴，即．