西城区高三模拟测试

高三数学（理科）2017.5

**第Ⅰ卷**（选择题 共40分）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1．在复平面内，复数对应的点是，则复数的共轭复数 | | | |
| （A） | | （B） | |
| （C） | | （D） | |
| 2．下列函数中，值域为的是 | | | |
| （A） | | （B） | |
| （C） | | （D） | |
| 3．在极坐标系中，圆的圆心的极坐标是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 4．在平面直角坐标系中，不等式组表示的平面区域的面积是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 5．设双曲线的离心率是，则其渐近线的方程为 | | | |
| （A） | | （B） | |
| （C） | | （D） | |
| 6．设，是平面上的两个单位向量，．若，则的最小值是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 7．函数．若存在，使得，则*k*的取值范围是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 8．有三支股票A，B，C，28位股民的持有情况如下：每位股民至少持有其中一支股票．  在不持有A股票的人中，持有B股票的人数是持有C股票的人数的2倍．在持有A股票的人中，只持有A股票的人数比除了持有A股票外，同时还持有其它股票的人数多1．在只持有一支股票的人中，有一半持有A股票．则只持有B股票的股民人数是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

**第Ⅱ卷**（非选择题 共110分）

H:\g3sx2ml9.eps二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．

9．执行如图所示的程序框图,输出的值为\_\_\_\_．

10．已知等差数列的公差为，且成等比数列，

则\_\_\_\_；数列的前项和\_\_\_\_．

11．在中，角，，的对边分别是，，．若，，，则\_\_\_\_．

12．函数则\_\_\_\_；方程的解是\_\_\_\_．

13．大厦一层有A，B，C，D四部电梯，人在一层乘坐电梯上楼，其中人恰好乘坐同一部电梯，则不同的乘坐方式有\_\_\_\_种．（用数字作答）

14．在空间直角坐标系中，四面体在坐标平面上的一组正

投影图形如图所示（坐标轴用细虚线表示）．该四面体的体积是\_\_\_\_．



三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分13分）

已知函数．

（Ⅰ）求的定义域；

（Ⅱ）设，且，求的值．

16．（本小题满分14分）

如图，在几何体中，底面为矩形，，．点在棱上，平面与棱交于点．

（Ⅰ）求证：；

（Ⅱ）求证：平面平面；

H:\g3sx2ml16.eps（Ⅲ）若，，，平面平面，求二面角的大小．

17．（本小题满分13分）

某大学为调研学生在A，B两家餐厅用餐的满意度，从在A，B两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了100人，每人分别对这两家餐厅进行评分，满分均为60分．

整理评分数据，将分数以为组距分成组：，，，，，，得到A餐厅分数的频率分布直方图，和B餐厅分数的频数分布表：



|  |  |
| --- | --- |
| **B餐厅分数频数分布表** | |
| 分数区间 | 频数 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

定义学生对餐厅评价的“满意度指数”如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 分数 |  |  |  |
| 满意度指数 |  |  |  |

（Ⅰ）在抽样的100人中，求对A餐厅评价“满意度指数”为的人数；

（Ⅱ）从该校在A，B两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取1人进行调查，试估计其对A餐厅评价的“满意度指数”比对B餐厅评价的“满意度指数”高的概率；

（Ⅲ）如果从A，B两家餐厅中选择一家用餐，你会选择哪一家？说明理由．

18．（本小题满分14分）

在平面直角坐标系中，抛物线的顶点是原点，以轴为对称轴，且经过点．

（Ⅰ）求抛物线的方程；

（Ⅱ）设点在抛物线上，直线分别与轴交于点，．

求直线的斜率．

19．（本小题满分13分）

已知函数，其中．

（Ⅰ）求函数的零点个数；

（Ⅱ）证明：是函数存在最小值的充分而不必要条件．

20．（本小题满分13分）

设集合．如果对于的每一个含有个元素的子集，中必有个元素的和等于，称正整数为集合的一个“相关数”．

（Ⅰ）当时，判断5和6是否为集合的“相关数”，说明理由；

（Ⅱ）若为集合的“相关数”，证明：；

（Ⅲ）给定正整数．求集合的“相关数”的最小值．

西城区高三模拟测试

高三数学（理科）参考答案及评分标准

**2017.5**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.**

1．A 2．D 3．C 4．B

5．A6．C7．D 8．A

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.**

9．10．，11．

12．；或13．14．

**注：第10，12题第一空2分，第二空3分.**

**三、解答题：本大题共6小题，共80分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.**

15．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由，得，． [ 3分]

所以 函数的定义域是．[ 4分]

（Ⅱ）依题意，得． [ 5分]

所以，[ 7分]

整理得，[ 8分]

所以，或． [10分]

因为 ，所以，[11分]

由，得，；[12分]

由，得，．

所以，或． [13分]

16．（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）因为为矩形，所以，[ 1分]

所以平面．[ 3分]

又因为平面平面，

所以．[ 4分]

（Ⅱ）因为为矩形，所以．[ 5分]

因为，[ 6分]

所以平面．[ 7分]

H:\g3sx2ml16DA.eps所以平面平面．[ 8分]

（Ⅲ）因为，，

所以平面，

所以．

由（Ⅱ）得平面，

所以．

所以，，两两互相垂直．[ 9分]

建立空间直角坐标系．[10分]

不妨设，则，设．

由题意得，，，，，，．

所以，．

设平面的法向量为，则

即令，则．

所以．[12分]

又平面的法向量为，所以

．

因为二面角的平面角是锐角，

所以二面角的大小．[14分]

17．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由对A餐厅评分的频率分布直方图，得

对A餐厅“满意度指数”为的频率为，[ 2分]

所以，对A餐厅评价“满意度指数”为的人数为． [ 3分]

（Ⅱ）设“对A餐厅评价‘满意度指数’比对B餐厅评价‘满意度指数’高”为事件C．

记“对A餐厅评价‘满意度指数’为”为事件；“对A餐厅评价‘满意度指数’为”为事件；“对B餐厅评价‘满意度指数’为”为事件；“对B餐厅评价‘满意度指数’为”为事件．

所以，，[ 5分]

由用频率估计概率得：，． [ 7分]

因为事件与相互独立，其中，．

所以



． [10分]

所以该学生对A餐厅评价的“满意度指数”比对B餐厅评价的“满意度指数”高

的概率为．

（Ⅲ）如果从学生对A，B两家餐厅评价的“满意度指数”的期望角度看：

A餐厅“满意度指数”*X*的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* |  |  |  |
| *P* |  |  |  |

B餐厅“满意度指数”*Y*的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Y* |  |  |  |
| *P* |  |  |  |

因为；

，

所以，会选择B餐厅用餐． [13分]

注：本题答案不唯一．只要考生言之合理即可．

18．（本小题满分14分）

H:\g3sx2ml18da.eps解：（Ⅰ）依题意，设抛物线的方程为．[ 1分]

由抛物线且经过点，

得，[ 3分]

所以抛物线的方程为．[ 4分]

（Ⅱ）因为，

所以，

所以 ，

所以 直线与的倾斜角互补，

所以 ．[ 6分]

依题意，直线的斜率存在，设直线的方程为：，

将其代入抛物线的方程，整理得

．[ 8分]

设，则 ，，[10分]

所以．[11分]

以替换点坐标中的，得．[12分]

所以 ．

所以直线的斜率为．[14分]

19．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由，

得



．[ 2分]

令，得，或．

所以当时，函数有且只有一个零点：；当时，函数有两个相异的零点：，．[ 4分]

（Ⅱ）① 当时，恒成立，此时函数在上单调递减，

所以，函数无极值．[ 5分]

② 当时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ | 极大值 | ↘ |

所以，时，的极小值为．[ 7分]

又时，，

所以，当时，恒成立．[ 8分]

所以，为的最小值．[ 9分]

故是函数存在最小值的充分条件．[10分]

③ 当时，，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ | 极大值 | ↘ |

因为当时，，

又，

所以，当时，函数也存在最小值．[12分]

所以，不是函数存在最小值的必要条件．

综上，是函数存在最小值的充分而不必要条件．[13分]

20．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）当时，，．[ 1分]

①对于的含有个元素的子集，

因为，

所以不是集合的“相关数”．[ 2分]

②的含有个元素的子集只有，

因为，

所以是集合的“相关数”．[ 3分]

（Ⅱ）考察集合的含有个元素的子集．[ 4分]

中任意个元素之和一定不小于．

所以一定不是集合的“相关数”．[ 6分]

所以当时，一定不是集合的“相关数”．[ 7分]

因此若为集合的“相关数”，必有．

即若为集合的“相关数”，必有．[ 8分]

（Ⅲ）由（Ⅱ）得 ．

先将集合的元素分成如下组：

．

对的任意一个含有个元素的子集，必有三组同属于集合．

[10分]

再将集合的元素剔除和后，分成如下组：

．

对于的任意一个含有个元素的子集，必有一组属于集合．[11分]

这一组与上述三组中至少一组无相同元素，

不妨设与无相同元素．

此时这个元素之和为．[12分]

所以集合的“相关数”的最小值为．[13分]