西城区高三模拟测试

高三数学（文科）2017.5

**第Ⅰ卷**（选择题 共40分）

1. 选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题列出的四个选项中，选出

符合题目要求的一项．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1．已知集合，，那么 | | | |
| （A） | | （B） | |
| （C） | | （D） | |
| 2．设向量，．则与垂直的向量可以是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 3．下列函数中，值域为的是 | | | |
| （A） | | （B） | |
| （C） | | （D） | |
| 4．若抛物线的焦点到其准线的距离是，则 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |
| 5．设，，则“”是“”的 | | | |
| （A）充分而不必要条件 | | （B）必要而不充分条件 | |
| （C）充要条件 | | （D）既不充分也不必要条件 | |
| 6．在平面直角坐标系中，不等式组表示的平面区域的面积是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| D:\17年上试\g32m\G3sx2Mw7.eps7．某四面体的三视图如图所示，该四面体的体积为  （A）  （B）  （C）  （D） | | | |
| 8．函数．若存在，使得，则*k*的取值范围是 | | | |
| （A） | （B） | （C） | （D） | |

**第Ⅱ卷**（非选择题 共110分）

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．

9．在复平面内，复数对应的点是，则复数的共轭复数\_\_\_\_．

H:\g3sx2ml9.eps

10．执行如图所示的程序框图，输出的值为\_\_\_\_．

11．在中，角，，的对边分别是，，．若，

，，则\_\_\_\_．

12．已知圆．圆与圆关于直线对称，则圆的方程是\_\_\_\_．

13．函数则\_\_\_\_；方程的解是\_\_\_\_．

14．某班开展一次智力竞赛活动，共*a*，*b*，*c*三个问题，其中题*a*满分是20分，题*b*，*c*满分都是25分．每道题或者得满分，或者得0分．活动结果显示，全班同学每人至少答对一道题，有1名同学答对全部三道题，有15名同学答对其中两道题．答对题*a*与题*b*的人数之和为29，答对题*a*与题*c*的人数之和为25，答对题*b*与题*c*的人数之和为20．则该班同学中只答对一道题的人数是\_\_\_\_；该班的平均成绩是\_\_\_\_．

三、解答题：本大题共6小题，共80分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分13分）

已知函数．

（Ⅰ）求的定义域；

（Ⅱ）设是锐角，且，求的值．

16．（本小题满分13分）

某大学为调研学生在A，B两家餐厅用餐的满意度，从在A，B两家餐厅都用过餐的学生中随机抽取了100人，每人分别对这两家餐厅进行评分，满分均为60分．

整理评分数据，将分数以为组距分成组：，，，，，，得到A餐厅分数的频率分布直方图，和B餐厅分数的频数分布表：

|  |  |
| --- | --- |
| **B餐厅分数频数分布表** | |
| 分数区间 | 频数 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |



（Ⅰ）在抽样的100人中，求对A餐厅评分低于30的人数；

（Ⅱ）从对B餐厅评分在范围内的人中随机选出2人，求2人中恰有1人评分在范围内的概率；

（Ⅲ）如果从A，B两家餐厅中选择一家用餐，你会选择哪一家？说明理由．

17．（本小题满分13分）

设是首项为,公差为的等差数列，是首项为，公比为的等比数列．记，．

（Ⅰ）若是等差数列，求的值；

（Ⅱ）求数列的前项和．

18．（本小题满分14分）

如图，在几何体中，底面为矩形，，，，．为棱上一点，平面与棱交于点．

（Ⅰ）求证：；

（Ⅱ）求证：；

D:\我的文档\我的教研\高三研修2016-2017\下学期\二模命题2017.3\组题\3.30\图\g3sx2mw18.eps（Ⅲ）若，试问平面是否可能与平面垂直？若能，求出的值；若不能，说明理由．

19．（本小题满分13分）

已知函数，其中．

（Ⅰ）给出的一个取值，使得曲线存在斜率为的切线，并说明理由；

（Ⅱ）若存在极小值和极大值，证明：的极小值大于极大值．

20．（本小题满分14分）

已知椭圆的离心率是，且过点．直线与椭圆相交于两点．

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）求的面积的最大值；

（Ⅲ）设直线分别与轴交于点．判断，的大小关系，并加以证明．

西城区高三模拟测试

高三数学**（文科）**参考答案及评分标准

**2017.5**

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.**

1．A 2．A 3．D4．C

5．D6．B7．A8．D

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.**

9．10．11．

12．13．；或14．；

**注：第13、14题第一空2分，第二空3分.**

**三、解答题：本大题共6小题，共80分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.**

15．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由，得，． [ 3分]

所以 函数的定义域是．[ 4分]

（Ⅱ）依题意，得． [ 5分]

所以．① [ 7分]

因为是锐角，所以 ，[ 8分]

所以，[ 9分]

①式化简为． [10分]

所以 ，[12分]

所以． [13分]

16．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由A餐厅分数的频率分布直方图，得

对A餐厅评分低于的频率为，[ 2分]

所以，对A餐厅评分低于的人数为． [ 3分]

（Ⅱ）对B餐厅评分在范围内的有2人，设为；

对B餐厅评分在范围内的有3人，设为．

从这5人中随机选出2人的选法为：

，，，，，，，，，，共10种．[ 7分]

其中，恰有1人评分在范围内的选法为：，，，，，，共6种．[ 9分]

故2人中恰有1人评分在范围内的概率为．[10分]

（Ⅲ）从两个餐厅得分低于30分的人数所占的比例来看：

由（Ⅰ）得，抽样的100人中，A餐厅评分低于的人数为，

所以，A餐厅得分低于30分的人数所占的比例为．

B餐厅评分低于的人数为，

所以，B餐厅得分低于30分的人数所占的比例为．

所以会选择B餐厅用餐． [13分]

注：本题答案不唯一．只要考生言之合理即可．

17．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）因为是首项为，公差为的等差数列，

所以 ．[ 2分]

因为 是首项为，公比为的等比数列，

所以．[ 4分]

所以．[ 5分]

因为 是等差数列，

所以，[ 6分]

即 ，解得 ．[ 7分]

经检验，时，，所以是等差数列．[ 8分]

（Ⅱ）由（Ⅰ）知．

所以．[10分]

当时，．[11分]

当时，．[13分]

18．（本小题满分14分）

D:\我的文档\我的教研\高三研修2016-2017\下学期\二模命题2017.3\组题\3.30\图\g3sx2mw18da.eps解：（Ⅰ）因为为矩形，所以．[ 1分]

又因为，[ 2分]

所以平面．[ 3分]

所以．[ 4分]

（Ⅱ）因为为矩形，所以，[ 5分]

所以平面．[ 7分]

又因为平面平面，

所以．[ 8分]

（Ⅲ）平面与平面可以垂直．证明如下：[ 9分]

连接．因为，，

所以平面．[10分]

所以．

因为，所以．[11分]

因为平面平面，

若使平面平面，

则平面，所以．[12分]

在梯形中，因为，，，，

所以．

所以若使能成立，则为的中点．

所以．[14分]

19．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）函数的定义域是，且，且．[ 2分]

当时，曲线存在斜率为的切线．证明如下：[ 3分]

曲线存在斜率为的切线方程存在上的解．

令，整理得，

解得，或．

所以当时，曲线存在斜率为的切线．[ 5分]

注：本题答案不唯一，只要均符合要求．

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 ．

①当时，恒成立，

函数在区间和上单调递增，无极值，不合题意．[ 6分]

②当时，令，整理得．

由，

所以，上述方程必有两个不相等的实数解，，不妨设．

由得．[ 8分]

，的变化情况如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ | ↘ | 极小值 | ↗ |

所以，存在极大值，极小值．[10分]

．

[11分]

因为，且，

所以，，

所以 ．

所以的极小值大于极大值．[13分]

20．（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）设椭圆的半焦距为．

因为椭圆的离心率是，

所以 ， 即 ．[ 1分]

由 解得 [ 3分]

所以椭圆的方程为．[ 4分]

（Ⅱ）将代入，

消去整理得．[ 5分]

令，解得．

H:\g3sx2mw20da.eps设．

则，．

所以



．[ 6分]

点到直线的距离为．

[ 7分]

所以的面积



，[ 8分]

当且仅当时，．

所以的面积的最大值是．[ 9分]

（Ⅲ）．证明如下：[10分]

设直线，的斜率分别是，，

则．[11分]

由（Ⅱ）得







，

所以直线，的倾斜角互补．[13分]

所以，

所以．

所以．[14分]