**2016-2017学年河北省衡水中学高三（下）三调数学试卷（理科）**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知复数z满足，则复数z在复平面内对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

2．已知集合A={x|log3（2x﹣1）≤0}，，全集U=R，则A∩（∁UB）等于（　　）

A． B． C． D．

3．若α∈（，π），且3cos2α=sin（﹣α），则sin2α的值为（　　）

A． B． C． D．

4．已知，则下列结论正确的是（　　）

A．h（x）=f（x）+g（x）是偶函数 B．h（x）=f（x）+g（x）是奇函数

C．h（x）=f（x）g（x）是奇函数 D．h（x）=f（x）g（x）是偶函数

5．已知双曲线E：﹣=1（a＞0．b＞0），若矩形ABCD的四个顶点在E上，AB，CD的中点为双曲线E的两个焦点，且双曲线E的离心率是2．直线AC的斜率为k．则|k|等于（　　）

A．2 B． C． D．3

6．在△ABC中， =，P是直线BN上的一点，若=m+，则实数m的值为（　　）

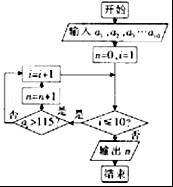
A．﹣4 B．﹣1 C．1 D．4

7．已知函数f（x）=Asin（ωx+ϕ）（A＞0，ω＞0）的图象与直线y=a（0＜a＜A）的三个相邻交点的横坐标分别是2，4，8，则f（x）的单调递减区间是（　　）

A．[6kπ，6kπ+3]（k∈Z） B．[6kπ﹣3，6kπ]（k∈Z） C．[6k，6k+3]（k∈Z） D．[6k﹣3，6k]（k∈Z）

8．某旅游景点统计了今年5月1号至10号每天的门票收入（单位：万元），分别记为a1，a2，…，a10（如：a3表示5月3号的门票收入），表是5月1号到5月10号每天的门票收入，根据表中数据，下面程序框图输出的结果为（　　）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 门票收入（万元） | 80 | 120 | 110 | 91 | 65 | 77 | 131 | 116 | 55 | 77 |



A．3 B．4 C．5 D．6

9．来自英、法、日、德的甲、乙、丙、丁四位客人，刚好碰在一起，他们除懂本国语言外，每天还会说其他三国语言的一种，有一种语言是三人都会说的，但没有一种语言人人都懂，现知道：

①甲是日本人，丁不会说日语，但他俩都能自由交谈；

②四人中没有一个人既能用日语交谈，又能用法语交谈；

③甲、乙、丙、丁交谈时，找不到共同语言沟通；

④乙不会说英语，当甲与丙交谈时，他都能做翻译．针对他们懂的语言

正确的推理是（　　）

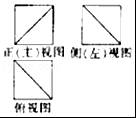
A．甲日德、乙法德、丙英法、丁英德

B．甲日英、乙日德、丙德法、丁日英

C．甲日德、乙法德、丙英德、丁英德

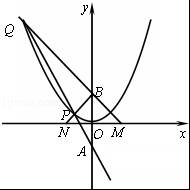
D．甲日法、乙英德、丙法德、丁法英

10．如图，已知正方体ABCD﹣A'B'C'D'的外接球的体积为，将正方体割去部分后，剩余几何体的三视图如图所示，则剩余几何体的表面积为（　　）



A． B．或 C． D．或

11．如图，已知抛物线的方程为x2=2py（p＞0），过点A（0，﹣1）作直线与抛物线相交于P，Q两点，点B的坐标为（0，1），连接BP，BQ，设QB，BP与x轴分别相交于M，N两点．如果QB的斜率与PB的斜率的乘积为﹣3，则∠MBN的大小等于（　　）



A． B． C． D．

12．已知a，b∈R，且ex≥a（x﹣1）+b对x∈R恒成立，则ab的最大值是（　　）

A． B． C． D．e3

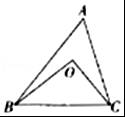
**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．在的展开式中，含x3项的系数为　　．

14．在公元前3世纪，古希腊欧几里得在《几何原本》里提出：“球的体积（V）与它的直径（D）的立方成正比”，此即V=kD3，欧几里得未给出k的值.17世纪日本数学家们对求球的体积的方法还不了解，他们将体积公式V=kD3中的常数k称为“立圆率”或“玉积率”．类似地，对于等边圆柱（轴截面是正方形的圆柱）、正方体也可利用公式V=kD3求体积（在等边圆柱中，D表示底面圆的直径；在正方体中，D表示棱长）．假设运用此体积公式求得球（直径为a）、等边圆柱（底面圆的直径为a）、正方体（棱长为a）的“玉积率”分别为k1，k2，k3，那么k1：k2：k3=　　．

15．由约束条件，确定的可行域D能被半径为的圆面完全覆盖，则实数k的取值范围是　　．

16．如图，已知O为△ABC的重心，∠BOC=90°，若4BC2=AB•AC，则A的大小为　　．



**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．已知数列{an}的前n项和为Sn，a1≠0，常数λ＞0，且λa1an=S1+Sn对一切正整数n都成立．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）设a1＞0，λ=100，当n为何值时，数列的前n项和最大？

18．某同学在研究性学习中，收集到某制药厂今年前5个月甲胶囊生产产量（单位：万盒）的数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y（万盒） | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |

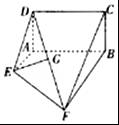
（1）该同学为了求出y关于x的线性回归方程=+，根据表中数据已经正确计算出=0.6，试求出的值，并估计该厂6月份生产的甲胶囊产量数；

（2）若某药店现有该制药厂今年二月份生产的甲胶囊4盒和三月份生产的甲胶囊5盒，小红同学从中随机购买了3盒甲胶囊，后经了解发现该制药厂今年二月份生产的所有甲胶囊均存在质量问题．记小红同学所购买的3盒甲胶囊中存在质量问题的盒数为ξ，求ξ的分布列和数学期望．

19．已知多面体ABCDEF如图所示，其中ABCD为矩形，△DAE为等腰等腰三角形，DA⊥AE，四边形AEFB为梯形，且AE∥BF，∠ABF=90°，AB=BF=2AE=2．

（1）若G为线段DF的中点，求证：EG∥平面ABCD；

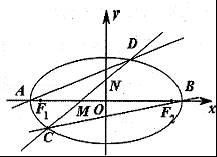
（2）线段DF上是否存在一点N，使得直线BN与平面FCD所成角的余弦值等于？若存在，请指出点N的位置；若不存在，请说明理由．



20．如图，椭圆E： +=1（a＞b＞0）左、右顶点为A，B，左、右焦点为F1，F2，|AB|=4，|F1F2|=2．直线y=kx+m（k＞0）交椭圆E于C，D两点，与线段F1F2、椭圆短轴分别交于M，N两点（M，N不重合），且|CM|=|DN|．

（Ⅰ）求椭圆E的方程；

（Ⅱ）设直线AD，BC的斜率分别为k1，k2，求的取值范围．



21．设函数f（x）=﹣ax，e为自然对数的底数

（Ⅰ）若函数f（x）的图象在点 （e2，f（e2））处的切线方程为 3x+4y﹣e2=0，求实数a，b的值；

（Ⅱ）当b=1时，若存在 x1，x2∈[e，e2]，使 f（x1）≤f′（x2）+a成立，求实数a的最小值．

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．在平面直角坐标系xOy中，斜率为1的直线l过定点（﹣2，﹣4）．以O为极点，x轴非负半轴为极轴建立极坐标系．已知曲线C的极坐标方程为ρsin2θ﹣4cosθ=0．

（1）求曲线C的直角坐标方程以及直线l的参数方程；

（2）两曲线相交于M，N两点，若P（﹣2，﹣4），求|PM|+|PN|的值．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．已知函数f（x）=|2x+1|+|3x﹣2|，且不等式f（x）≤5的解集为，a，b∈R．

（1）求a，b的值；

（2）对任意实数x，都有|x﹣a|+|x+b|≥m2﹣3m+5成立，求实数m的最大值．

**2016-2017学年河北省衡水中学高三（下）三调数学试卷（理科）**

**参考答案与试题解析**

**一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知复数z满足，则复数z在复平面内对应的点在（　　）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

【考点】复数的代数表示法及其几何意义．

【分析】把已知等式变形，利用复数代数形式的乘除运算化简求得z，得到z的坐标得答案．

【解答】解：∵，

∴z=，

∴复数z在复平面内对应的点的坐标为（﹣1，﹣2），在第三象限．

故选：C．

2．已知集合A={x|log3（2x﹣1）≤0}，，全集U=R，则A∩（∁UB）等于（　　）

A． B． C． D．

【考点】交、并、补集的混合运算．

【分析】先分别求出集合A和B，从而求出CUB，由此能求出A∩（∁UB）的值．

【解答】解：∵集合A={x|log3（2x﹣1）≤0}={x|}，

={x|x≤0或x}，全集U=R，

∴CUB={x|0＜x＜}，

A∩（∁UB）={x|}=（）．

故选：D．

3．若α∈（，π），且3cos2α=sin（﹣α），则sin2α的值为（　　）

A． B． C． D．

【考点】两角和与差的正弦函数．

【分析】由已知可得sinα＞0，cosα＜0，利用二倍角公式，两角差的正弦函数公式化简已知可得cosα+sinα=，两边平方，利用二倍角公式即可计算sin2α的值．

【解答】解：∵α∈（，π），∴sinα＞0，cosα＜0，

∵3cos2α=sin（﹣α），

∴3（cos2α﹣sin2α）=（cosα﹣sinα），

∴cosα+sinα=，

∴两边平方，可得：1+2sinαcosα=，

∴sin2α=2sinαcosα=﹣．

故选：D．

4．已知，则下列结论正确的是（　　）

A．h（x）=f（x）+g（x）是偶函数 B．h（x）=f（x）+g（x）是奇函数

C．h（x）=f（x）g（x）是奇函数 D．h（x）=f（x）g（x）是偶函数

【考点】函数奇偶性的判断．

【分析】利用奇偶函数的定义，即可判断．

【解答】解：h（x）=f（x）+g（x）=+=，h（﹣x）==﹣=h（x），

∴h（x）=f（x）+g（x）是偶函数；

h（x）=f（x）g（x）无奇偶性，

故选：A．

5．已知双曲线E：﹣=1（a＞0．b＞0），若矩形ABCD的四个顶点在E上，AB，CD的中点为双曲线E的两个焦点，且双曲线E的离心率是2．直线AC的斜率为k．则|k|等于（　　）

A．2 B． C． D．3

【考点】双曲线的简单性质．

【分析】可令x=c，代入双曲线的方程，求得y=±，再由题意设出A，B，C，D的坐标，由离心率公式，可得a，b，c的关系，运用直线的斜率公式，计算即可得到所求值．

【解答】解：令x=c，代入双曲线的方程可得y=±b=±，

由题意可设A（﹣c，），B（﹣c，﹣），

C（c，﹣），D（c，），

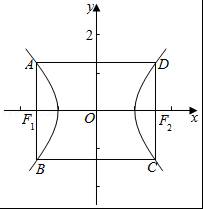
由双曲线E的离心率是2，可得e==2，

即c=2a，b==a，

直线AC的斜率为k==﹣=﹣=﹣．

即有|k|=．

故选：B．



6．在△ABC中， =，P是直线BN上的一点，若=m+，则实数m的值为（　　）

A．﹣4 B．﹣1 C．1 D．4

【考点】向量在几何中的应用．

【分析】设=n，利用向量的线性运算，结合=m+，可求实数m的值．

【解答】解：由题意，设=n，

则 =+=+n=+n（﹣）=+n（﹣）=+n（﹣）=（1﹣n）+，

又∵=m+，

∴m=1﹣n，且=

解得；n=2，m=﹣1，

故选：B．



7．已知函数f（x）=Asin（ωx+ϕ）（A＞0，ω＞0）的图象与直线y=a（0＜a＜A）的三个相邻交点的横坐标分别是2，4，8，则f（x）的单调递减区间是（　　）

A．[6kπ，6kπ+3]（k∈Z） B．[6kπ﹣3，6kπ]（k∈Z） C．[6k，6k+3]（k∈Z） D．[6k﹣3，6k]（k∈Z）

【考点】正弦函数的图象．

【分析】由题意可得，第一个交点与第三个交点的差是一个周期；第一个交点与第二个交点的中点的横坐标对应的函数值是最大值．从这两个方面考虑可求得参数ω、φ的值，进而利用三角函数的单调性求区间．

【解答】解：与直线y=b（0＜b＜A）的三个相邻交点的横坐标分别是2，4，8

知函数的周期为T==2（﹣），得ω=，

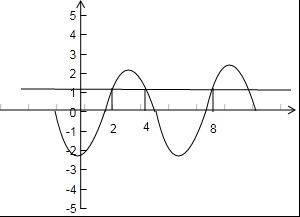
再由五点法作图可得 •+φ=，求得φ=﹣，

∴函数f（x）=Asin（x﹣）．

令2kπ+≤x﹣≤2kπ+，k∈z，解得：6k+3≤x≤6k+6，k∈z，

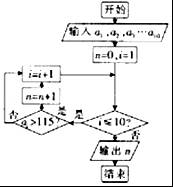
∴即x∈[6k﹣3，6k]（k∈Z），

故选：D．



8．某旅游景点统计了今年5月1号至10号每天的门票收入（单位：万元），分别记为a1，a2，…，a10（如：a3表示5月3号的门票收入），表是5月1号到5月10号每天的门票收入，根据表中数据，下面程序框图输出的结果为（　　）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 门票收入（万元） | 80 | 120 | 110 | 91 | 65 | 77 | 131 | 116 | 55 | 77 |



A．3 B．4 C．5 D．6

【考点】程序框图．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是计算并输出大于115的．

【解答】解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是计算并输出门票大于115的天数．

由统计表可知：参与统计的十天中，第2、7、8这3天门票大于115．

故最终输出的值为：3

故选：A．

9．来自英、法、日、德的甲、乙、丙、丁四位客人，刚好碰在一起，他们除懂本国语言外，每天还会说其他三国语言的一种，有一种语言是三人都会说的，但没有一种语言人人都懂，现知道：

①甲是日本人，丁不会说日语，但他俩都能自由交谈；

②四人中没有一个人既能用日语交谈，又能用法语交谈；

③甲、乙、丙、丁交谈时，找不到共同语言沟通；

④乙不会说英语，当甲与丙交谈时，他都能做翻译．针对他们懂的语言

正确的推理是（　　）

A．甲日德、乙法德、丙英法、丁英德

B．甲日英、乙日德、丙德法、丁日英

C．甲日德、乙法德、丙英德、丁英德

D．甲日法、乙英德、丙法德、丁法英

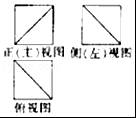
【考点】命题的真假判断与应用．

【分析】根据题干逐一验证即可

【解答】解：此题可直接用观察选项法得出正确答案，根据第二条规则，日语和法语不能同时由一个人说，所以B、C、D都错误，只有A正确，再将A代入题干验证，可知符合条件．

故选A

10．如图，已知正方体ABCD﹣A'B'C'D'的外接球的体积为，将正方体割去部分后，剩余几何体的三视图如图所示，则剩余几何体的表面积为（　　）



A． B．或 C． D．或

【考点】由三视图求面积、体积．

【分析】设正方体的棱长为a，则=，解得a=1．该几何体为正方体截去一角，如图，即可得出．

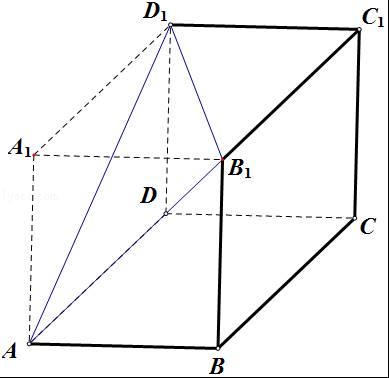
【解答】解：设正方体的棱长为a，则=，解得a=1．

该几何体为正方体截去一角，如图

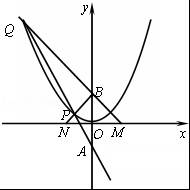
则剩余几何体的表面积为S=3×12++

=．

故选：A．



11．如图，已知抛物线的方程为x2=2py（p＞0），过点A（0，﹣1）作直线与抛物线相交于P，Q两点，点B的坐标为（0，1），连接BP，BQ，设QB，BP与x轴分别相交于M，N两点．如果QB的斜率与PB的斜率的乘积为﹣3，则∠MBN的大小等于（　　）



A． B． C． D．

【考点】直线与圆锥曲线的关系；直线的斜率．

【分析】设直线PQ的方程为：y=kx﹣1，P（x1，y1），Q（x2，y2），联立直线PQ方程与抛物线方程消掉y得x的二次方程，根据韦达定理及斜率公式可求得kBP+kBQ=0，再由已知kBP•kBQ=﹣3可解得，，由此可知∠BNM与∠BMN的大小，由三角形内角和定理可得∠MBN．

【解答】解：设直线PQ的方程为：y=kx﹣1，P（x1，y1），Q（x2，y2），

由得x2﹣2pkx+2p=0，△＞0，

则x1+x2=2pk，x1x2=2p，

，，

=

===0，即kBP+kBQ=0①

又kBP•kBQ=﹣3②，

联立①②解得，，

所以，，

故∠MBN=π﹣∠BNM﹣∠BMN=，

故选D．

12．已知a，b∈R，且ex≥a（x﹣1）+b对x∈R恒成立，则ab的最大值是（　　）

A． B． C． D．e3

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值．

【分析】先求出函数的导数，再分别讨论a=0，a＜0，a＞0的情况，从而得出ab的最大值．

【解答】解：令f（x）=ex﹣a（x﹣1）﹣b，则f′（x）=ex﹣a，

若a=0，则f（x）=ex﹣b≥﹣b≥0，得b≤0，此时ab=0；

若a＜0，则f′（x）＞0，函数单调增，x→﹣∞，此时f（x）→﹣∞，不可能恒有f（x）≥0．

若a＞0，由f′（x）=ex﹣a=0，得极小值点x=lna，

由f（lna）=a﹣alna+a﹣b≥0，得b≤a（2﹣lna），

ab≤a2（2﹣lna）．

令g（a）=a2（2﹣lna）．

则g′（a）=2a（2﹣lna）﹣a=a（3﹣2lna）=0，得极大值点a=．

而g（）=．

∴ab的最大值是．

故选：A．

**二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）**

13．在的展开式中，含x3项的系数为　﹣84　．

【考点】二项式系数的性质．

【分析】由二项式展开式的通项公式，得出展开式中含x3项的系数是（1﹣x）9的含x3项的系数．求出即可．

【解答】解：展开式中，

通项公式为Tk+1=•（1﹣x）9﹣k•，

令k=0，得•（1﹣x）9=（1﹣x）9，

又（1﹣x）9=1﹣9x+x2﹣x3+…，

所以其展开式中含x3项的系数为﹣=﹣84．

故答案为：﹣84．

14．在公元前3世纪，古希腊欧几里得在《几何原本》里提出：“球的体积（V）与它的直径（D）的立方成正比”，此即V=kD3，欧几里得未给出k的值.17世纪日本数学家们对求球的体积的方法还不了解，他们将体积公式V=kD3中的常数k称为“立圆率”或“玉积率”．类似地，对于等边圆柱（轴截面是正方形的圆柱）、正方体也可利用公式V=kD3求体积（在等边圆柱中，D表示底面圆的直径；在正方体中，D表示棱长）．假设运用此体积公式求得球（直径为a）、等边圆柱（底面圆的直径为a）、正方体（棱长为a）的“玉积率”分别为k1，k2，k3，那么k1：k2：k3=　：：1　．

【考点】类比推理．

【分析】根据球、圆柱、正方体的体积计算公式、类比推力即可得出．

【解答】解：∵V1=πR3=π（）3=a3，∴k1=，

∵V2=aπR2=aπ（）2=a3，∴k2=，

∵V3=a3，∴k3=1，

∴k1：k2：k3=：：1，

故答案为：

15．由约束条件，确定的可行域D能被半径为的圆面完全覆盖，则实数k的取值范围是　　．

【考点】简单线性规划．

【分析】先画出由约束条件确定的可行域D，由可行域能被圆覆盖得到可行域是封闭的，判断出直线y=kx+1斜率小于等于即可得出k的范围．

【解答】解：∵可行域能被圆覆盖，

∴可行域是封闭的，

作出约束条件的可行域：

可得B（0，1），C（1，0），|BC|=，

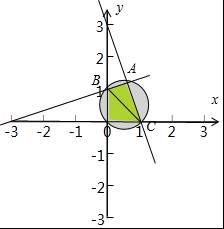
结合图，要使可行域能被为半径的圆覆盖，

只需直线y=kx+1与直线y=﹣3x+3的交点坐标在圆的内部，

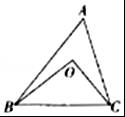
两条直线垂直时，交点恰好在圆上，此时k=，

则实数k的取值范围是：．

故答案为：．



16．如图，已知O为△ABC的重心，∠BOC=90°，若4BC2=AB•AC，则A的大小为　　．



【考点】相似三角形的性质．

【分析】利用余弦定理、直角三角形的性质、三角函数求值即可得出．

【解答】解：cosA=，连接AO并且延长与BC相交于点D．

设AD=m，∠ADB=α．

则AB2=﹣2××mcosα，

AC2=m2+﹣2m××cos（π﹣α），

相加可得：AB2+AC2=2m2+．

m2=（3OD）2==．

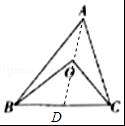
∴AB2+AC2=5BC2．

又4BC2=AB•AC，

∴cosA=，A∈（0，π）

∴A=，

故答案为：．



**三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）**

17．已知数列{an}的前n项和为Sn，a1≠0，常数λ＞0，且λa1an=S1+Sn对一切正整数n都成立．

（1）求数列{an}的通项公式；

（2）设a1＞0，λ=100，当n为何值时，数列的前n项和最大？

【考点】数列递推式；数列的求和．

【分析】（1）利用递推关系即可得出．

（2）利用对数的运算性质、等差数列的通项公式与单调性即可得出．

【解答】解：（1）令n=1，得，因为a1≠0，所以，当n≥2时，，，两式相减得2an﹣2an﹣1=an（n≥2），

所以an=2an﹣1（n≥2），从而数列{an}为等比数列，

所以．

（2）当a1＞0，λ=100时，由（1）知，，

所以数列{bn}是单调递减的等差数列，公差为﹣lg2，所以，

当n≥7时，，所以数列的前6项和最大．

18．某同学在研究性学习中，收集到某制药厂今年前5个月甲胶囊生产产量（单位：万盒）的数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y（万盒） | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 |

（1）该同学为了求出y关于x的线性回归方程=+，根据表中数据已经正确计算出=0.6，试求出的值，并估计该厂6月份生产的甲胶囊产量数；

（2）若某药店现有该制药厂今年二月份生产的甲胶囊4盒和三月份生产的甲胶囊5盒，小红同学从中随机购买了3盒甲胶囊，后经了解发现该制药厂今年二月份生产的所有甲胶囊均存在质量问题．记小红同学所购买的3盒甲胶囊中存在质量问题的盒数为ξ，求ξ的分布列和数学期望．

【考点】离散型随机变量及其分布列；线性回归方程；离散型随机变量的期望与方差．

【分析】（1）由线性回归方程过点（，），得=﹣，而，易求，且=0.6，从而可得的值，把x=6代入回归方程可得6月份生产的甲胶囊产量数；

（2）ξ=0，1，2，3，利用古典概型的概率计算公式可得P（ξ=0）、P（ξ=1）、P（ξ=2）、P（ξ=3），从而可得ξ的分布列，由期望公式可求ξ的期望；

【解答】解：（1）==3，（4+4+5+6+6）=5，

因线性回归方程=x+过点（，），

∴=﹣=5﹣0.6×3=3.2，

∴6月份的生产甲胶囊的产量数： =0.6×6+3.2=6.8．

（2）ξ=0，1，2，3，

P（ξ=0）==，P（ξ=1）==，

P（ξ=2）==，P（ξ=3）==，

其分布列为

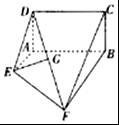
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P |  |  |  |  |

所以Eξ==．

19．已知多面体ABCDEF如图所示，其中ABCD为矩形，△DAE为等腰等腰三角形，DA⊥AE，四边形AEFB为梯形，且AE∥BF，∠ABF=90°，AB=BF=2AE=2．

（1）若G为线段DF的中点，求证：EG∥平面ABCD；

（2）线段DF上是否存在一点N，使得直线BN与平面FCD所成角的余弦值等于？若存在，请指出点N的位置；若不存在，请说明理由．



【考点】直线与平面所成的角；直线与平面平行的判定．

【分析】（1）以B为原点，BA，BF，BC分别为x轴，y轴，z轴正方向，建立如图所示的空间直角坐标系，求出平面ABCD的一个法向量，通过，推出，即可证明EG∥平面ABCD．

（2）当点N与点D重合时，直线BN与平面FCD所成角的余弦值等于．理由如下：直线BN与平面FCD所成角的余弦值为，即直线BN与平面FCD所成角的正弦值为，求出平面FCD的法向量，设线段FD上存在一点N，使得直线BN与平面FCD所成角的正弦值等于，设，通过向量的数量积，转化求解λ，推出当N点与D点重合时，直线BN与平面FCD所成角的余弦值为．

【解答】解：（1）证明：因为DA⊥AE，DA⊥AB，AB∩AE=A，故DA⊥平面ABFE，

故CB⊥平面ABFE，以B为原点，BA，BF，BC分别为x轴，y轴，z轴正方向，

建立如图所示的空间直角坐标系，则F（0，2，0），D（2，0，1），，E（2，1，0），C（0，0，1），所以，易知平面ABCD的一个法向量，所以，所以，又EG⊄平面ABCD，所以EG∥平面ABCD．

（2）当点N与点D重合时，直线BN与平面FCD所成角的余弦值等于．理由如下：

直线BN与平面FCD所成角的余弦值为，即直线BN与平面FCD所成角的正弦值为，因为，设平面FCD的法向量为，

由，得，取y1=1得平面FCD的一个法向量

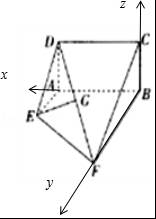
假设线段FD上存在一点N，使得直线BN与平面FCD所成角的正弦值等于，

设，则，，

所以，

所以9λ2﹣8λ﹣1=0，解得λ=1或（舍去）

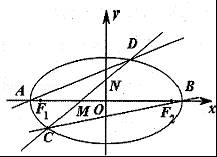
因此，线段DF上存在一点N，当N点与D点重合时，直线BN与平面FCD所成角的余弦值为．



20．如图，椭圆E： +=1（a＞b＞0）左、右顶点为A，B，左、右焦点为F1，F2，|AB|=4，|F1F2|=2．直线y=kx+m（k＞0）交椭圆E于C，D两点，与线段F1F2、椭圆短轴分别交于M，N两点（M，N不重合），且|CM|=|DN|．

（Ⅰ）求椭圆E的方程；

（Ⅱ）设直线AD，BC的斜率分别为k1，k2，求的取值范围．



【考点】直线与圆锥曲线的综合问题；椭圆的标准方程．

【分析】（Ⅰ）确定2a=4，2c=2，求出b，即可求椭圆E的方程；

（Ⅱ）直线y=kx+m（k＞0）与椭圆联立，利用韦达定理，结合|CM|=|DN|，求出m的范围，再求的取值范围．

【解答】解：（Ⅰ）因为2a=4，2c=2，

所以a=2，c=，

所以b=1，

所以椭圆E的方程为；

（Ⅱ）直线y=kx+m（k＞0）与椭圆联立，可得（4k2+1）x2+x8mk+4m2﹣4=0．

设D（x1，y1），C（x2，y2），则x1+x2=﹣，x1x2=，

又M（﹣，0），N（0，m），

由|CM|=|DN|得x1+x2=xM+xN，所以﹣=﹣，所以k=（k＞0）．

所以x1+x2=﹣2m，x1x2=2m2﹣2．

因为直线y=kx+m（k＞0）交椭圆E于C，D两点，与线段F1F2、椭圆短轴分别交于M，N两点（M，N不重合），

所以﹣≤﹣2m≤且m≠0，

所以（）2=[]2=

===，

所以==﹣1﹣∈[﹣2﹣3，2﹣3]．

21．设函数f（x）=﹣ax，e为自然对数的底数

（Ⅰ）若函数f（x）的图象在点 （e2，f（e2））处的切线方程为 3x+4y﹣e2=0，求实数a，b的值；

（Ⅱ）当b=1时，若存在 x1，x2∈[e，e2]，使 f（x1）≤f′（x2）+a成立，求实数a的最小值．

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用．

【分析】（I）﹣a（x＞0，且x≠1），由题意可得f′（e2）=﹣a=，f（e2）==﹣，联立解得即可．

（II）当b=1时，f（x）=，f′（x）=，由x∈[e，e2]，可得．由f′（x）+a==﹣+，可得[f′（x）+a]max=，x∈[e，e2]．存在 x1，x2∈[e，e2]，使 f（x1）≤f′（x2）+a成立⇔x∈[e，e2]，f（x）min≤f（x）max+a=，对a分类讨论解出即可．

【解答】解：（I）﹣a（x＞0，且x≠1），

∵函数f（x）的图象在点 （e2，f（e2））处的切线方程为 3x+4y﹣e2=0，

∴f′（e2）=﹣a=，f（e2）==﹣，

联立解得a=b=1．

（II）当b=1时，f（x）=，f′（x）=，

∵x∈[e，e2]，∴lnx∈[1，2]，．

∴f′（x）+a==﹣+，

∴[f′（x）+a]max=，x∈[e，e2]．

存在 x1，x2∈[e，e2]，使 f（x1）≤f′（x2）+a成立⇔x∈[e，e2]，f（x）min≤f（x）max+a=，

①当a时，f′（x）≤0，f（x）在x∈[e，e2]上为减函数，则f（x）min=，解得a≥．

②当a时，由f′（x）=﹣a在[e，e2]上的值域为．

（i）当﹣a≥0即a≤0时，f′（x）≥0在x∈[e，e2]上恒成立，因此f（x）在x∈[e，e2]上为增函数，

∴f（x）min=f（e）=，不合题意，舍去．

（ii）当﹣a＜0时，即时，由f′（x）的单调性和值域可知：存在唯一x0∈（e，e2），使得f′（x0）=0，

且满足当x∈[e，x0），f′（x）＜0，f（x）为减函数；当x∈时，f′（x）＞0，f（x）为增函数．

∴f（x）min=f（x0）=﹣ax0，x0∈（e，e2）．

∴a≥，与矛盾．

（或构造函数即可）．

综上可得：a的最小值为．

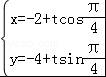
**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22．在平面直角坐标系xOy中，斜率为1的直线l过定点（﹣2，﹣4）．以O为极点，x轴非负半轴为极轴建立极坐标系．已知曲线C的极坐标方程为ρsin2θ﹣4cosθ=0．

（1）求曲线C的直角坐标方程以及直线l的参数方程；

（2）两曲线相交于M，N两点，若P（﹣2，﹣4），求|PM|+|PN|的值．

【考点】简单曲线的极坐标方程．

【分析】（1）由斜率为1的直线l过定点（﹣2，﹣4），可得参数方程为：，（t为参数）．由曲线C的极坐标方程为ρsin2θ﹣4cosθ=0，即ρ2sin2θ﹣4ρcosθ=0，利用互化公式可得直角坐标方程．

（2）把直线l的方程代入抛物线方程可得：t2﹣12t+48=0．利用根与系数的关系及其|PM|+|PN|=|t1|+|t2|=|t1+t2|即可得出．

【解答】解：（1）由斜率为1的直线l过定点（﹣2，﹣4），可得参数方程为：，（t为参数）．

由曲线C的极坐标方程为ρsin2θ﹣4cosθ=0，即ρ2sin2θ﹣4ρcosθ=0，可得直角坐标方程：C：y2=4x．

（2）把直线l的方程代入抛物线方程可得：t2﹣12t+48=0．

∴t1+t2=12，t1t2=48．

∴|PM|+|PN|=|t1|+|t2|=|t1+t2|=12．

**[选修4-5：不等式选讲]**

23．已知函数f（x）=|2x+1|+|3x﹣2|，且不等式f（x）≤5的解集为，a，b∈R．

（1）求a，b的值；

（2）对任意实数x，都有|x﹣a|+|x+b|≥m2﹣3m+5成立，求实数m的最大值．

【考点】函数恒成立问题；绝对值不等式的解法．

【分析】（1）通过若，若，若，化简不等式求出解集，利用已知条件，求解a，b．

（2）由（1）知a=1，b=2，求出绝对值的最值，得到m2﹣3m+5≤3，然后求解实数m的最大值．

【解答】解：（1）若，原不等式可化为﹣2x﹣1﹣3x+2≤5，解得，即；

若，原不等式可化为2x+1﹣3x+2≤5，解得x≥﹣2，即；

若，原不等式可化为2x+1+3x﹣2≤5，解得，即；

综上所述，不等式|2x+1|+|3x﹣2|≤5的解集为，所以a=1，b=2．

（2）由（1）知a=1，b=2，所以|x﹣a|+|x+b|=|x﹣1|+|x+2|≥|x﹣1﹣x﹣2|=3，

故m2﹣3m+5≤3，m2﹣3m+2≤0，所以1≤m≤2，即实数m的最大值为2．