

2017 年广西普通高中学业水平考试
大纲与说明

数 学

广西壮族自治区招生考试院 组编

前 言

普通高中学业水平考试是我区基础教育考试评价体系的核心内容，是面向全区普通高中学生的达标性考试。学业水平考试成绩合格是高中学生毕业的必备条件，是普通高中同等学历认定的主要依据，也是高等学校招生录取的重要参考信息。同时，进行学业水平考试也有利于加强对全区高中的课程管理和质量监控，有利于课程改革的健康推进。

基于我区学业水平考试方案，考试内容以教育部《普通高中课程方案(实验)》、各学科课程标准以及广西教育厅颁发的《普通高中学科教学指导意见(试行)》为依据，考查学生的学习状况。重点考查学生的基础知识和基本技能，同时注重考查学生分析问题、解决问题的能力和学习能力。

为贯彻“公平、公正、公开”的原则，在参照区外众多省份的学业水平考试办法并结合我区普通高中教学实际的基础上，我院组织有关专家编写了本书。本书根据教育部、广西壮族自治区教育厅相关指导文件并结合我区新课程教学实际情况编写而成。本书的内容主要包括各学科的考试目的与性质、命题依据和原则、考试内容及要求、考试形式及试卷结构、题型示例和参考样卷等。这将帮助我区高中生对学业水平考试的内容与形式有更多的了解，为我区普通高中学业水平考试顺利进行奠定良好的基础。

本书将作为广西普通高中学业水平考试的命题依据，是普通高中学生复习备考和教师教学的重要指导书。我们希望本书能帮助参加普通高中学业水平考试的考生取得理想成绩。

广西壮族自治区招生考试院

2017年1月

目 录

一、考试性质.....	1
二、命题要求.....	1
(一) 命题依据.....	1
(二) 命题原则.....	1
三、考核目标.....	2
(一) 能力目标.....	2
(二) 认知水平.....	3
四、考试内容.....	3
(一) 内容范围.....	3
(二) 内容要求.....	3
五、考试形式.....	11
六、试卷结构.....	11
(一) 题型结构.....	11
(二) 课程模块.....	11
(三) 难度结构.....	11
七、题型示例.....	12
八、参考样卷.....	26
样卷(一).....	26
样卷(二).....	31
样卷(三).....	37
九、样卷参考答案及评分标准.....	43
十、附录.....	49
2016年6月广西壮族自治区普通高中学业水平考试数学试题.....	49
2016年6月广西壮族自治区普通高中学业水平考试参考答案.....	55

一、考试性质

广西普通高中学业水平考试是根据国家普通高中课程标准和教育考试规定，由自治区教育厅组织实施的考试，主要衡量高中学生达到国家规定学习要求的程度，是保障高中教育教学质量的一项重要制度。学业水平考试成绩是高中学生毕业和升学的重要依据。

实施学业水平考试，有利于促进学生认真学习每门课程，避免严重偏科；有利于学校准确把握学生的学习状况，改进教学管理；有利于高校科学选拔适合学校特色和专业要求的学生，促进高中、高校人才培养的有效衔接。

二、命题要求

（一）命题依据

广西普通高中学业水平考试数学试题依据《广西普通高中学业水平考试大纲与说明（数学）》实施命题。

本大纲根据《国务院关于深化考试招生制度改革的实施意见》（国发〔2014〕35号）和《教育部关于普通高中学业水平考试的实施意见》（教基二〔2014〕10号）的有关要求和精神，依据教育部《普通高中课程方案（实验）》、《普通高中数学课程标准（实验）》和自治区教育厅颁发的《普通高中学科教学指导意见（试行）数学》，结合我区普通高中课程改革实验的实际情况而制定。

（二）命题原则

1. **导向性原则**. 命题立意面向全体学生，反映素质教育要求，体现数学课程先进理念，充分发挥学业水平考试对数学教学的正确导向作用，促进学生全面、自主、和谐发展。

2. **科学性原则**. 符合学业水平考试的性质、特点和要求，符合学生认知水平、认知规律和发展要求；试题内容科学、严谨，语言表述规范、准确，试题答案准确、合理。

3. **客观性原则**. 试题内容有一定的代表性和较广的覆盖面，反映数学学科主要内容和基本要求，有利于学生发挥创造性思维。选用素材必须紧密联系学生的生活实际。试题的题型全面，难度适当，效能高，能客观评价学生的学习效果。

4. **基础性原则**. 注重考查内容的基础性与发展性。以必修模块和限定选修模块的教学内容命题，注重体现三维课程目标，重点考查学生对数学基础知识、基本技能和数学基本思想方法的掌握情况，以及利用数学知识和方法分析和解决问题的能力。主观性试题和客

观性试题的比例适当，试题的难易程度符合考试要求。

5. 公平性原则.充分考虑广西各地普通高中数学课程教学的实际，面向全体学生，避免经济、历史、文化、地域、民族、性别等背景差异对考生正常答题造成的影响.符合学生的生活实际，保证测试的公平.

6. 人文性原则.试题编写突出人文关怀，充分体现为考生服务的宗旨.充分考虑学生答题的心理需求，努力创造比较宽松的环境.适度控制试卷阅读量和答题量，在试卷中合理设置相关提示，有利于考生正常发挥.

三、考核目标

(一) 能力目标

中学数学基本能力是指数学基本知识和基本技能、空间想像能力、抽象概括能力、推理论证能力、运算求解能力、数据处理能力以及分析和解决问题的能力.

数学基本知识和基本技能:理解或掌握高中数学基础知识和数学方法；能按照一定的规则和步骤进行计算、画图和推理；掌握数学阅读、表达以及文字、图形、符号三种语言之间进行转换的基本技能.

空间想像能力:能根据条件作出正确的图形.根据图形想像出直观形象；能正确地分析出图形中的基本元素及其相互关系；能对图形进行分解、组合；会运用图形与图表等手段形象地揭示问题的本质.

抽象概括能力:对具体的、生动的实例，在抽象概括的过程中能发现研究对象的本质；能从给定的信息材料中概括出一般结论,并将其应用于解决问题或作出新的判断.

推理论证能力:能够根据已知的事实和已获得的正确数学命题，论证给定数学命题的真实性.

运算求解能力:会根据法则、公式进行正确运算、变形和数据处理；能根据问题的条件寻找与设计合理、简捷的运算途径，能根据要求对数据进行估计和近似计算.

数据处理能力:会收集、整理、分析数据，能从大量数据中抽取对研究问题有用的信息，并作出判断.

分析和解决问题的能力:能综合应用所学数学知识、技能、思想和方法解决问题；能理解对问题陈述的材料，并对所提供的信息资料进行归纳、整理和分类，将实际问题抽象为数学问题；能应用相关的数学知识、技能和思想方法解决问题进而加以验证，并能用数学语言正确地表达和说明.

(二) 认知水平

广西普通高中学业水平考试数学学科所考查的知识测试要求，由低到高依次分为了**解、理解、掌握**三个层次，高水平层次的测试要求包含低水平层次的测试要求. 三个认知水平层次的含义分别为：

1. 了解

要求对所列知识内容的含义有初步的、感性的认识. 知道这一知识内容是什么，按照一定的程序和步骤照样模仿，并能(或会)在有关的问题中识别和认识它. 这一层次所涉及的主要行为动词有：了解，体会，知道, 识别，感知，初步了解，初步体会，初步学会，初步理解，求.

2. 理解

要求对所列知识内容有较深刻的理性认识. 知道知识内容间的逻辑关系，能够对所列知识内容做正确的描述说明并用数学语言表达，能够利用所学的知识内容对有关问题进行比较、判别、讨论，具备利用所学知识内容解决简单问题的能力. 这一层次所涉及的主要行为动词有：描述，说明，表达，表述，表示，刻画，解释，推测，想像，理解，归纳，总结，抽象，提取，比较，对比，判定，判断，会求，能，运用，初步应用，初步讨论.

3. 掌握

要求能够对所列知识内容进行推导证明，能够利用所学知识内容对问题进行分析、研究、讨论，并且加以解决. 这一层次所涉及的主要行为动词有：掌握，导出，分析，推导，证明，研究，讨论，选择，决策，解决问题.

四、考试内容

(一) 内容范围

数学学科的考试范围是《普通高中数学课程标准(实验)》中的必修课程五个模块、限定选修系列 1 和系列 2 中的相同部分内容.

(二) 内容要求

模块	序号	考 点	认知水平			考 查 要 求
			了 解	理 解	掌 握	
必修 1	1-1	集合的含义	√			知道集合的含义，体会元素与集合的“属于”关系
	1-2	集合的表示		√		能选择自然语言、图形语言、集合语言（列举法或描述法）描述不同的具体问题
	1-3	集合间的基本关系		√		理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集
	1-4	全集与空集	√			了解全集与空集的含义
	1-5	集合的基本运算		√		理解并集、交集、补集的含义，会求两个简单集合的并集与交集，会求给定子集的补集. 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算.
	1-6	函数的概念		√		理解 $f(x)$ 的意义，能用集合与对应的语言来刻画函数
	1-7	函数的表示方法		√		能根据不同的需要选择恰当的方法（如图象法、列表法、解析法）表示函数
	1-8	函数的定义域和值域		√		会求一些简单函数的定义域和值域
	1-9	函数的单调性与最大（小）值		√		能判断简单函数的单调性，会求一些简单函数的单调性及单调区间，会求最大（小）值
	1-10	函数的奇偶性	√			知道函数奇偶性的概念
	1-11	指数与指数幂的运算		√		理解根式与分数指数幂的概念及其互化，能进行有理数指数幂的运算，化简、计算一些简单的式子
	1-12	指数函数及其性质		√		理解指数函数的概念，能画简单指数函数的图象，初步应用指数函数的图象和性质解决一些简单的问题
	1-13	对数与对数运算		√		理解对数的概念及其运算性质，知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数，初步应用对数的运算性质及运算法则计算一些简单的式子
	1-14	对数函数及其性质		√		理解对数函数的概念，会画常见对数函数的图象，初步应用对数函数的图象和性质解决一些简单的问题，知道指数函数与对

					数函数互为反函数
1-15	幂函数	√			了解幂函数的概念，结合函数 $y = x, y = x^2, y = x^3, y = \frac{1}{x}, y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象，了解它们的变化情况.
1-16	方程的根与函数的零点	√			了解函数的零点与方程根的联系，初步学会判断函数的零点存在的方法，求一些简单函数的零点
1-17	用二分法求方程的近似解	√			知道二分法是一种求方程近似解的常用方法
1-18	几类不同增长的函数模型	√			结合具体实例知道直线上升、指数爆炸、对数增长等不同函数类型增长的含义
1-19	函数模型的应用举例	√			了解指数函数、对数函数、幂函数、分段函数等函数模型在社会生活中的应用
必修 2	2-1	柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征	√		知道柱、锥、台、球及简单组合体的结构特征
	2-2	空间几何体的三视图		√	能画出长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型，
	2-3	空间几何体的直观图	√		初步学会用斜二测法画出它们的直观图
	2-4	平行投影与中心投影	√		了解平行投影与中心投影的意义
	2-5	柱体、锥体、台体的表面积与体积	√		了解棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式
	2-6	球的表面积与体积	√		了解球的表面积与体积的计算公式
	2-7	平面		√	会用平面的基本性质说明点、线、面的空间位置关系
	2-8	空间中直线与直线之间的位置关系		√	初步应用公理 4 及等角定理判断空间直线间的位置关系. 理解异面直线所成的角的概念，会求异面直线所成的角. 会求直线与平面所成的角的大小
	2-9	空间中直线与平面之间的位置关系	√		知道空间直线与平面的位置关系及其表示方法
	2-10	平面与平面之间的位置关系	√		知道空间平面与平面的位置关系及其表示方法
	2-11	直线与平面平行的判定和性质		√	初步应用直线与平面平行的判定方法和性质研究直线与平面平行关系
	2-12	平面与平面平行的判定和性质		√	初步应用平面与平面平行的判定方法和性质研究平面与平面平行关系

	2-13	直线与平面垂直的判定和性质		√		初步应用直线与平面垂直的判定方法和性质研究直线与平面间的垂直关系
	2-14	平面与平面垂直的判定和性质		√		初步应用两个平面垂直的判定方法和性质研究平面间的垂直关系
	2-15	倾斜角与斜率		√		理解直线的倾斜角与斜率的概念，会求过两点的直线斜率的计算公式
	2-16	两条直线平行与垂直的判定		√		能根据斜率判定两条直线平行或垂直
	2-17	直线的点斜式、两点式和一般式方程		√		能用直线方程的点斜式、两点式和一般式表示直线
	2-18	两条直线的交点坐标		√		能用解方程组的方法求两条直线的交点坐标
	2-19	两点间的距离、点到直线的距离、两条平行线间的距离		√		能用公式求两点间、点到直线、两条平行线间的距离
	2-20	圆的标准方程			√	掌握圆的标准方程
	2-21	圆的一般方程		√		能将圆的标准方程和圆的一般方程互化，由圆的一般方程会求圆的圆心坐标及半径
	2-22	直线与圆、圆与圆的位置关系		√		能根据给定的直线、圆的方程，利用代数方法和几何方法判断直线与圆、圆与圆的位置关系
	2-23	直线和圆的方程的应用		√		能用直线和圆的方程解决一些简单的问题
	2-24	空间直角坐标系	√			了解空间直角坐标系的意义，求空间一点的空间直角坐标
	2-25	空间两点间的距离公式		√		会求空间两点间的距离
必修3	3-1	算法的概念	√			了解算法的思想和含义
	3-2	程序框图的概念与算法基本逻辑结构		√		理解程序框图的概念，初步应用程序框图的三种基本逻辑结构来设计算法
	3-3	输入语句、输出语句和赋值语句		√		初步应用输入、输出、赋值语句描述算法过程
	3-4	条件语句		√		初步应用条件语句描述算法过程
	3-5	循环语句		√		初步应用循环语句描述算法过程
	3-6	算法案例	√			了解算法的一些简单案例
	3-7	简单随机抽样	√			学会用简单随机抽样方法从总体中抽取样本
	3-8	系统抽样	√			知道系统抽样方法的意义及其特点

	3-9	分层抽样	√		知道分层抽样方法的意义及其特点
	3-10	用样本的频率分布估计总体分布		√	能列频率分布表, 能画频率分布直方图、频率折线图、茎叶图
	3-11	用样本的数字特征估计总体的数字特征		√	理解样本的众数、中位数、平均数、标准差的概念, 能从样本数据中提取基本的数字特征(如平均数、标准差), 并估计总体的数字特征
	3-12	变量之间的相关关系	√		知道作两个有关联变量的数据散点图的方法, 了解利用散点图认识变量之间的相关关系
	3-13	两个变量的线性相关	√		知道最小二乘法的思想. 知道根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程(线性回归方程系数公式不要求记忆)
	3-14	随机事件的概率	√		了解随机事件发生的不确定性和频率的稳定性
	3-15	概率的意义	√		了解概率的意义以及频率与概率的区别
	3-16	概率的基本性质	√		了解事件的关系与运算, 了解概率的基本性质, 了解两个互斥事件的概率加法公式
	3-17	古典概型		√	理解古典概型及其概率计算公式, 会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数及事件发生的概率
	3-18	(整数值)随机数的产生	√		了解(整数值)随机数的意义
	3-19	几何概型	√		知道几何概型的意义, 求几何概型的概率
	3-20	均匀随机数的产生	√		了解均匀随机数产生的过程
必修4	4-1	任意角	√		知道任意角的概念
	4-2	弧度制		√	知道弧度制, 能进行弧度与角度互化
	4-3	任意角的三角函数		√	理解任意角三角函数(正弦、余弦、正切)的定义, 初步应用三角函数的定义会求三角函数值. 能用单位圆中的三角函数线表示正弦、余弦、正切
	4-4	同角三角函数的基本关系		√	理解同角三角函数的基本关系式
	4-5	三角函数的诱导公式		√	运用正弦、余弦、正切函数的诱导公式解决相关问题
	4-6	正弦函数、余弦函数		√	能画出 $y = \sin x$, $y = \cos x$ 的图象, 借助

	的图象与性质				图象理解正弦函数、余弦函数在 $[0, 2\pi]$ 上的性质（如单调性、最大和最小值、图象与 x 轴交点等），会求简单三角函数的最小正周期
4-7	正切函数的图象与性质		√		能画出 $y = \tan x$ 的图象，借助图象理解正切函数在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的性质（如单调性、图象与 x 轴交点等）
4-8	函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	√			了解函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象，知道参数 A, ω, φ 对函数图象变化的影响
4-9	三角函数模型的简单应用		√		会用三角函数解决一些简单实际问题
4-10	向量的物理背景与概念	√			知道向量的物理背景与概念
4-11	向量的几何表示		√		理解向量的几何表示
4-12	相等向量和共线向量		√		理解向量相等和向量共线的含义，初步应用向量共线的条件解决一些简单问题
4-13	向量加法和减法运算及其几何意义			√	掌握向量加法和减法运算，理解其几何意义
4-14	向量数乘运算及其几何意义			√	掌握向量数乘运算，理解其几何意义
4-15	平面向量的基本定理	√			知道平面向量基本定理的含义
4-16	平面向量的正交分解及坐标表示			√	掌握平面向量的正交分解及其坐标表示
4-17	平面向量的坐标运算		√		能用坐标表示平面向量的加、减与数乘运算
4-18	平面向量共线的坐标表示		√		理解用坐标表示平面向量共线的条件
4-19	平面向量数量积的物理背景及其含义		√		理解平面向量数量积的含义和向量运算律，初步应用数量积定义及其运算律进行简单计算
4-20	平面向量数量积的坐标表示、模、夹角			√	掌握平面向量数量积的坐标表示，会进行平面向量数量积的运算；能运用数量积表示向量的模、夹角，会用数量积判断两个平面向量的垂直关系
4-	平面向量的应用举例	√			知道向量是一种处理几何问题、物理问题

	21				等的工具
	4-22	两角和与差的正弦、余弦、正切公式		√	初步应用两角和与差的正弦、余弦、正切公式进行三角恒等变换
	4-23	二倍角的正弦、余弦、正切公式		√	初步应用二倍角的正弦、余弦、正切公式进行三角恒等变换
	4-24	简单的三角恒等变换		√	能进行简单的三角恒等变换
必修5	5-1	正弦定理和余弦定理		√	掌握正弦定理、余弦定理，并能解决一些简单的三角形度量问题
	5-2	解斜三角形的应用举例		√	初步应用正弦定理、余弦定理，能解决简单的三角形度量问题、与测量和几何计算有关的实际问题
	5-3	数列的概念与简单表示法	√		知道数列的通项公式等有关概念及数列的简单表示法
	5-4	等差数列		√	理解等差数列的定义及证明的基本方法，运用等差数列的通项公式、前 n 项和公式解决简单的数列问题
	5-5	等比数列		√	理解等比数列的定义及证明基本方法，运用等比数列的通项公式、前 n 项和公式解决简单的数列问题
	5-6	不等关系和不等式	√		了解不等关系和不等式的意义
	5-7	一元二次不等式及其解法		√	会解一元二次不等式
	5-8	二元一次不等式（组）与平面区域		√	能用平面区域表示二元一次不等式（组）
	5-9	简单的线性规划问题		√	能解决一些简单的二元线性规划问题
	5-10	基本不等式		√	能用两个正数的基本不等式推导或证明简单的不等关系，初步应用基本不等式解决简单的最大（小）值问题
限定选修系列	选1	命题	√		知道命题的含义
	选2	四种命题	√		了解原命题的逆命题、否命题与逆否命题
	选3	四种命题的相互关系		√	会分析四种命题的相互关系，能判断四种命题的真假

选 - 4	充分条件、必要条件和充要条件		√		理解充分条件、必要条件和充要条件的意义
选 - 5	简单的逻辑联结词	√			知道逻辑联结词“或”“且”“非”的含义
选 - 6	全称量词与存在量词		√		理解全称量词与存在量词的意义，会对含有一个量词的命题进行否定
选 - 7	椭圆及其标准方程			√	掌握椭圆的定义及其标准方程
选 - 8	椭圆的简单几何性质			√	掌握椭圆的简单几何性质
选 - 9	双曲线及其标准方程	√			知道双曲线的定义，求双曲线标准方程
选 - 10	双曲线的简单几何性质	√			知道双曲线的简单几何性质，了解双曲线的简单应用
选 - 11	抛物线及其标准方程	√			知道抛物线的定义，求抛物线标准方程
选 - 12	抛物线的简单几何性质	√			知道抛物线的简单几何性质，了解抛物线的简单应用
选 - 13	变化率与导数	√			知道变化率的问题和导数的概念
选 - 14	导数的几何意义		√		理解导数的几何意义
选 - 15	基本初等函数的导数公式及导数的四则运算法则		√		能利用给出的基本初等函数的导数公式和导数的四则运算法则求简单函数的导数
选 - 16	函数的单调性与导数		√		能利用导数研究函数的单调性
选 - 17	函数的极值与导数		√		会用导数能求出基本初等函数的极大值、极小值
选 - 18	函数的最大(小)值与导数		√		会用导数求在给定区间上基本初等函数的最大值、最小值
选 - 19	生活中的优化问题举例	√			初步了解生活中的优化问题举例
选 - 20	数系的扩充和复数的概念、几何意义	√			了解数系的扩充与复数的引入的意义，知道复数的基本概念和复数的几何意义

选 - 21	复数代数形式的四则运算		√		能进行复数代数形式的四则运算，了解复数代数形式的加、减运算的几何意义
选 - 22	回归分析	√			了解回归分析的基本思想
选 - 23	独立性检验	√			了解独立性检验的基本思想和方法，了解 2×2 列联表及其初步应用
选 - 24	合情推理		√		了解合情推理的含义，能利用归纳和类比等进行简单的推理
选 - 25	演绎推理			√	掌握演绎推理的基本模式，并能运用它们进行一些简单推理
选 - 26	分析法、综合法	√			了解分析法和综合法的思考过程、特点
选 - 27	反证法	√			了解反证法的思考过程、特点

五、考试形式

考试采用闭卷、笔试形式；全卷满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。

六、试卷结构

（一）题型结构

题型	题量	分值
选择题	约 30 小题	约 60 分
填空题	约 6 小题	约 12 分
解答题	约 4 小题	约 28 分

（二）课程模块

模块系列	必修 1	必修 2	必修 3	必修 4	必修 5	限选系列
分值	约 16 分	约 16 分	约 16 分	约 16 分	约 16 分	约 20 分

（三）难度结构

全卷试题容易题、中等难度题、较难题的赋分比例约为 7 : 2 : 1。

七、题型示例

(一) 选择题(考查基本概念和基本运算)

【例 1】已知集合 $M = \{x|x > -1\}$, 下列关系式中正确的是

- A. $\{0\} \subseteq M$ B. $0 \subseteq M$ C. $\{0\} \in M$ D. $\emptyset \in M$

考查目标: 考查元素与集合、集合与集合的关系, 主要考查运算求解能力. 要求考生能了解集合之间包含的含义, 能判断集合与集合之间的关系. 属于理解层次, 容易题.

解析: 因为 $0 > -1$, $\{0\}$ 表示集合, 所以选项 A 正确.

答案: A

【例 2】设集合 $A = \{x|1 < x < 4\}$, 集合 $B = \{x|-1 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$

- A. (1,4) B. (3,4) C. (1,3) D. (1,2) \cup (3,4)

考查目标: 考查集合的交集和补集的运算, 主要考查分析与运算求解能力. 要求考生了解交集、补集的含义和运算. 属于理解层次, 容易题.

解析: 因为 $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x|x < -1, \text{或} x > 3\}$, 所以由集合交集的运算得选项 B 正确.

答案: B

【例 3】下列函数中, 定义域为 \mathbb{R} 的是

- A. $y = \sqrt{x}$ B. $y = \log_2 x$ C. $y = x^3$ D. $y = \frac{1}{x}$

考查目标: 考查基本初等函数的性质, 主要考查分析和解决问题的能力. 要求考生会求几种常见基本初等函数的定义域. 属于理解层次, 容易题.

解析: 由于各选项给出的均是具体的基本初等函数, 考察函数自变量的取值范围即可.

答案: C

【例 4】函数 $y = 2^{x-1}$ 的值域是

- A. $(0, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}, +\infty)$

考查目标: 考查指数函数的性质, 主要考查分析和解决问题的能力. 要求考生会求简单函数的值域. 属于理解层次, 容易题.

解析: 因为 $y = 2^{x-1} = \frac{1}{2} \times 2^x$, 所以由指数函数 $y = 2^x$ 的值域为 $(0, +\infty)$, 得选项 A 正确.

答案: A

【例 5】下列函数中, 是奇函数的是

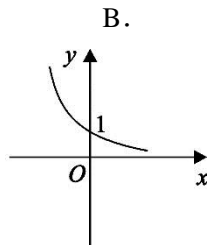
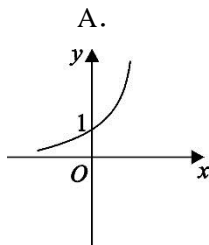
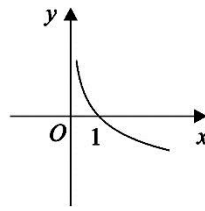
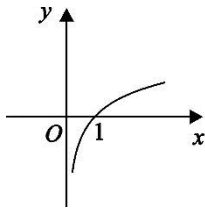
- A. $y = 2^x$ B. $y = x^2$ C. $y = x^3$ D. $y = x + 1$

考查目标：考查函数奇偶性的判断，主要考查分析和解决问题的能力.属于了解层次，容易题.

解析：根据常见的初等函数的奇偶性质进行判断.

答案：C

【例 6】 函数 $y = \log_2 x (x > 0)$ 的图象大致为



C.

D.

考查目标：考查对数函数的图象，主要考查空间想像能力.要求考生理解对数函数的图象特征.属于理解层次，容易题.

解析：根据对数函数的图象特征进行求解.

答案：A

【例 7】 已知函数 $f(x)$ 是奇函数，且在区间 $[1, 2]$ 上单调递减，则 $f(x)$ 在区间 $[-2, -1]$ 上是

- A. 单调递减函数，且有最小值 $-f(2)$
- B. 单调递减函数，且有最大值 $-f(2)$
- C. 单调递增函数，且有最小值 $f(2)$
- D. 单调递增函数，且有最大值 $f(2)$

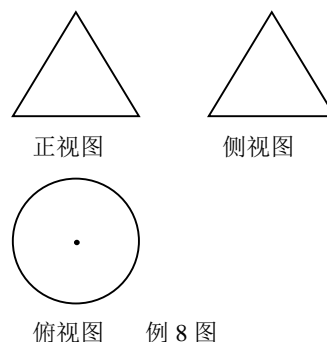
考查目标：考查函数的奇偶性、单调性、最大（小）值及其几何意义，主要考查运用知识解决实际问题的能力.要求考生能运用函数图象理解和研究函数的性质.属于理解层次，中等难度题.

解析：根据奇函数的图象性质得选项 B.

答案: B

【例 8】如图所示, 一个空间几何体的正视图和侧视图都是边长为 2 的等边三角形, 俯视图是一个圆, 那么这个几何体的体积为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ D. $\sqrt{3}\pi$



考查目标: 考查三视图和空间几何体体积的求法, 主要考查空间想像能力. 要求考生会对几何体的形状进行判断, 并算出相应的体积. 属于理解层次, 中等难度题.

解析: 由正视图和侧视图都是三角形, 说明几何体为锥体, 再由俯视图是圆, 说明底面是圆, 所以该几何体为圆锥. 圆锥的底面半径为 1, 母线长为 2, 所以高为 $\sqrt{3}$. 所以所求

$$\text{圆锥体积为 } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi.$$

答案: B

【例 9】球的表面积与它的内接正方体的表面积之比是

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

考查目标: 考查球的表面积公式, 球的内接正方体与球的位置关系, 主要考查空间想像能力和运算求解能力. 属于了解层次, 中等难度题.

解析: 设正方体的棱长为 a , 则球的半径为 $\frac{\sqrt{3}a}{2}$, 球与正方体的表面积之比为

$$\frac{4\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2}{6a^2} = \frac{\pi}{2}.$$

答案: C

【例 10】下列命题中正确的是

- A. 若直线 $m \parallel$ 平面 α , 直线 $n \subset \alpha$, 则 $m \parallel n$
B. 若直线 $m \perp$ 平面 α , 直线 $n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$
C. 若平面 $\alpha \parallel$ 平面 β , 直线 $m \subset \alpha$, 直线 $n \subset \beta$, 则 $m \parallel n$
D. 若平面 $\alpha \perp$ 平面 β , 直线 $m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$

考查目标: 考查空间直线与平面的位置关系, 主要考查空间想像能力. 要求考生具备

化归与转化的思想.属于理解层次,中等难度题.

解析: 借助正方体各棱和各面的位置关系,可举出 A, C, D 三个选项的反例,说明不成立.

答案: B

【例 11】已知直线的点斜式方程是 $y-2=-\sqrt{3}(x+1)$, 那么此直线的倾斜角为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

考查目标: 考查直线倾斜角和斜率的概念, 直线方程三种形式的特点, 主要考查运算求解能力.属于理解层次, 容易题.

解析: 由直线点斜式方程的特点, 得到直线的斜率为 $-\sqrt{3}$, 则直线的倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$.

答案: C

【例 12】执行程序框图如图, 若输出 y 的值为 2, 则输入 x

的值应是

- A. -2 B. 3 C. -2 或 2 D. -2 或 3

考查目标: 考查程序框图中的条件结构, 主要考查运算求解能力.要求考生有识图能力和观察、推理能力.属于理解层次, 容易题.

解析: 若 $x < 0$, 则 $y = |x| = 2$, 所以 $x = -2$; 若 $x \geq 0$, 则 $y = x - 1 = 2$, 所以 $x = 3$.

答案: D

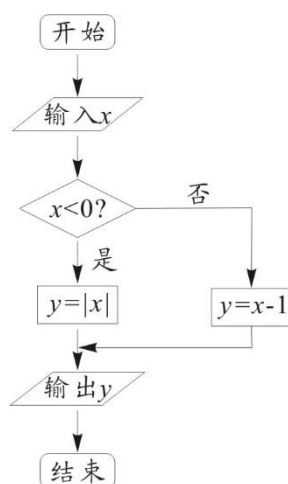
【例 13】一个箱子中装有大小相同的红球、白球、黑球各一个, 从中任取一个球, 记事件“取出红球”为 M , 事件“取出白球”为 N , 则下列说法正确的是

- A. M 为不可能事件 B. N 为必然事件
C. M 和 N 为对立事件 D. M 和 N 为互斥事件

考查目标: 考查互斥事件和对立事件的定义, 主要考查抽象概括能力.属于了解层次, 容易题.

解析: 由题意, 事件 M 与事件 N 不可能同时发生, 也可能都不发生, 所以 M 与 N 是互斥但不对立事件.

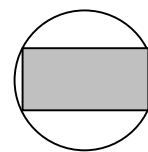
答案: D



例 12 图

【例 14】一个长、宽分别为 $\sqrt{3}$ 和 1 的长方形内接于圆（如图），质地均匀的粒子落入图中（不计边界），则粒子落在长方形内的概率等于

- A. $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ B. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ D. π



例 14 图

考查目标：考查几何概型的概念及其概率的计算，主要考查运算

求解能力.要求考生会运用相关公式计算简单几何概型的概率.属于了解层次，容易题.

解析：由几何概型的计算公式，可知所求概率为 $\frac{\sqrt{3} \times 1}{\pi \times 1^2} = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$.

答案：A

【例 15】 $\sin 390^\circ =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

考查目标：考查诱导公式(终边相同的角的关系)、特殊角的三角函数值，主要考查运算求解能力.属于理解层次，容易题.

解析： $\sin 390^\circ = \sin(360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

答案：A

【例 16】已知 $\sin x = \frac{3}{5}$ ，且 $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ ，则 $\tan x =$

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

考查目标：考查同角三角函数关系式的计算，主要考查运算求解能力.属于掌握层次，容易题.

解析：因为 $\sin x = \frac{3}{5}$ ， x 为第二象限角，所以 $\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} = -\frac{4}{5}$.所以

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{3}{4}.$$

答案：D

【例 17】 $\sin 45^\circ \cos 15^\circ + \cos 45^\circ \sin 15^\circ =$

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

考查目标：考查两角和与差公式的应用，主要考查运算求解能力.属于理解层次，容易题.

解析： $\sin 45^\circ \cos 15^\circ + \cos 45^\circ \sin 15^\circ = \sin(45^\circ + 15^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案: D

【例 18】函数 $y=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$ ($x\in\mathbf{R}$) 图象的一条对称轴方程是

- A. $x=0$ B. $x=-\frac{\pi}{12}$ C. $x=\frac{\pi}{6}$ D. $x=\frac{\pi}{3}$

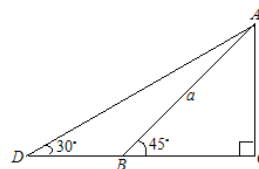
考查目标: 考查三角函数图象的性质, 主要考查空间想像能力. 要求考生理解函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象性质. 属于理解层次, 容易题.

解析: 由 $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$ ($k\in\mathbf{Z}$) 得函数的对称轴方程是 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$ ($k\in\mathbf{Z}$), 当 $k=0$ 时, $x=\frac{\pi}{6}$.

答案: C

【例 19】如图, 有一条长为 a 的斜坡 AB , 它的坡角为 45° , 现保持坡高 AC 不变, 将坡角改为 30° , 则斜坡 AD 的长为

- A. a B. $\sqrt{2}a$ C. $\sqrt{3}a$ D. $2a$



例 19 图

考查目标: 考查运用三角函数知识解决一些简单的三角形度量问题, 主要考查分析和解决问题的能力. 要求考生具有应用数学知识分析问题和解决问题的能力. 属于理解层次, 容易题.

解析: 因为 $\angle B=45^\circ, AB=a$, 所以 $AC=\frac{\sqrt{2}}{2}a$. 因为 $\angle D=30^\circ$, 所以 $AD=2AC=\sqrt{2}a$.

答案: B

【例 20】已知 P 是 $\triangle ABC$ 所在的平面内一点, 且满足 $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BP}$, 则

- A. $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{PC}$ B. $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{PA}$
C. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{BP}$ D. $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}$

考查目标: 考查向量相等的概念, 向量加减的运算及其几何意义, 主要考查抽象概括能力. 属于掌握层次, 容易题.

解析: 由向量相等的概念知 $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CP}$, 根据向量的加法运算得到选项 C.

答案: C

【例 21】等边三角形 ABC 的边长为 2, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$

- A. -2 B. 2 C. $-2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

考查目标: 考查用向量的数量积解决简单的数学问题, 主要考查运算求解能力.属于理解层次, 中等难度题.

解析: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos(180^\circ - \angle ABC) = 2 \times 2 \times \cos 120^\circ = -2.$

答案: A

【例 22】已知向量 $a = (1, 0)$, $b = (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则 a 与 b 的夹角为

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

考查目标: 考查向量的坐标运算, 运用向量的数量积求向量夹角的方法, 主要考查运算求解能力.属于掌握层次, 容易题.

解析: 根据向量数量积公式 $\cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = \frac{1 \times (-\frac{1}{2}) + 0}{1 \times 1} = -\frac{1}{2}$, 所以 a 与 b

的夹角为 120° .

答案: C

【例 23】不等式 $(x-1)(x+3) < 0$ 的解集为

- A. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ B. $(-1, 3)$
C. $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ D. $(-3, 1)$

考查目标: 考查一元二次不等式的解法, 主要考查运算求解能力.属于掌握层次, 容易题.

解析: 根据一元二次不等式的解法进行求解, 得到选项 D.

答案: D

【例 24】已知数列 $\{a_n\}$, $a_n = 2^n + 1$, 那么数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为

- A. $2^{11} + 8$ B. $2^{11} - 1$ C. $2^{10} + 9$ D. $2^{10} - 2$

考查目标: 考查数列通项和前 n 项和的关系和求法, 主要考查运算求解能力.属于掌握层次, 中等难度题.

解析: 利用分组求和法,

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{10}) + 10 = \frac{2(1-2^{10})}{1-2} + 10 = 2^{11} + 8.$$

答案: A

【例 25】已知 i 是虚数单位, 则 $\frac{3+i}{1-i} =$

- A. $1-2i$ B. $2-i$ C. $2+i$ D. $1+2i$

考查目标: 考查复数的代数形式的四则运算, 主要考查运算求解能力.属于理解层

次, 容易题.

解析: $\frac{3+i}{1-i} = \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2+4i}{2} = 1+2i.$

答案: D

(二) 填空题(考查基础知识和基本运算)

【例 1】幂函数 $y = x^\alpha$ 的图象过点 $(4, 2)$, 则这个幂函数的解析式是_____.

考查目标: 考查幂函数的概念, 主要考查运算求解能力与空间想像能力.属于了解层次, 容易题.

解析: 将点 $(4, 2)$ 代入幂函数 $y = x^\alpha$, 得 $4^\alpha = 2 = 4^{\frac{1}{2}}$, 所以 $\alpha = \frac{1}{2}.$

答案: $y = x^{\frac{1}{2}}$

【例 2】计算: $\log_2 4 + \log_2 \frac{1}{2} =$ _____.

考查目标: 考查对数的运算, 主要考查运算求解能力.属于理解层次, 容易题.

解析: $\log_2 4 + \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 (4 \times \frac{1}{2}) = \log_2 2 = 1.$

答案: 1

【例 3】抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点坐标为_____.

考查目标: 考查抛物线简单的几何性质, 主要考查分析解决问题能力.属于了解层次, 容易题.

解析: 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点在 x 轴上.

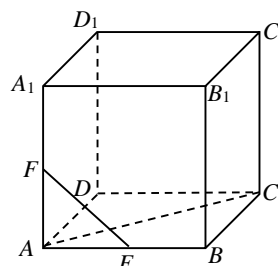
因为 $2p = 4$, 所以 $p = 2.$

从而焦点坐标为 $(1,0).$

答案: $(1,0)$

【例 4】如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 AB 和 AA_1 的中点, 则直线 EF 与平面 ACC_1A_1 所成的角等于_____.

考查目标: 考查空间线线、线面的位置关系, 直线与平面所成角等基础知识, 要求考生会找会求直线与平面所成的角, 主要考查空间想像能力和运算求解能力.属于理解层次, 中等难度题.



例 4 图

解析: 因为 $EF \parallel A_1B$, 所以直线 A_1B 与平面 ACC_1A_1 所成的角等于直线 EF 与平面 ACC_1A_1 所成的角. 连接 BD , 交 AC 于点 O , 则 $BO \perp$ 面 ACC_1A_1 , 则 $\angle BA_1O$ 为所求角. 因为 $BO = \frac{1}{2}A_1B$, 所以 $\angle BA_1O = 30^\circ$.

答案: 30°

【例 5】 甲、乙两位射击选手射击 10 次所得成绩, 经计算得各自成绩的标准差分别为 $s_{\text{甲}}=1.29$ 和 $s_{\text{乙}}=1.92$, 则_____成绩稳定. (填“甲”或“乙”)

考查目标: 考查对样本数据标准差的理解, 主要考查数据处理能力. 要求考生能对样本的数字特征作出合理的解释. 属于理解层次, 容易题.

解析: 根据标准差的意义, 数值越小的样本越稳定.

答案: 甲

【例 6】 设有穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 定义数列 $\{a_n\}$ 的期望和为 $T_n = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{n}$, 若数列 a_1, a_2, \dots, a_9 的期望和 $T_9 = 100$, 则数列 $2, a_1, a_2, \dots, a_9$ 的期望和 $T_{10} =$ _____.

考查目标: 本题以数学新概念为背景, 从数列的期望和概念出发, 主要考查考生的阅读理解能力、推理论证能力. 属于理解层次, 较难题.

解析: 根据期望和的公式, $T_9 = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_9}{9} = 100$,

$$\therefore S_1 + S_2 + \dots + S_9 = 900.$$

数列 $2, a_1, a_2, \dots, a_9$ 的期望和

$$T_{10} = \frac{2 + (2 + S_1) + (2 + S_2) + \dots + (2 + S_9)}{10} = \frac{20 + 900}{10} = 92.$$

答案: 92

【例 7】 若焦点在 x 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 则 m 的值为_____.

考查目标: 考查椭圆的方程和简单的几何性质, 主要考查运算求解能力、分析和解决问题的能力. 属于掌握层次, 中等难度题.

解析: 因为椭圆的焦点在 x 轴上, 所以 $e^2 = \frac{c^2}{a^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{m}{2} = \frac{1}{4}$, 解得 $m = \frac{3}{2}$.

答案: $\frac{3}{2}$

三、解答题

【例 1】 某种零件按质量标准分为五个等级. 现从一批该零件中随机抽取 20 个, 对其等级进行统计分析, 得到频率分布表如下:

等级	一	二	三	四	五
频率	0.05	0.35	m	0.35	0.10

(1) 求 m ;

(2) 从等级为三和五的所有零件中, 任意抽取 2 个, 求抽取的 2 个零件等级恰好相同的概率.

考查目标: 考查用列举法求解概率问题, 主要考查数据处理能力和运算求解能力. 要求考生会用频率分布表分析问题. 属于理解层次, 容易题.

解: (1) 由频率分布表, 得 $0.05+0.35+m+0.35+0.10=1$, 即 $m=0.15$.

(2) 由 (1) 得等级为三的零件有 3 个, 记作 x_1, x_2, x_3 ; 等级为五的零件有 2 个, 记作 y_1, y_2 . 从 x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 中任意抽取 2 个零件, 所有可能的结果为:

$(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_1, y_1), (x_1, y_2), (x_2, x_3), (x_2, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_1), (x_3, y_2), (y_1, y_2)$, 共计 10 种.

记事件 A 为“从零件 x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 中任取 2 件, 其等级相等”, 则 A 包含的基本事件为 $(x_1, x_2), (x_1, x_3), (x_2, x_3), (y_1, y_2)$ 共 4 个, 故所求概率为 $P(A)=\frac{4}{10}=0.4$.

【例 2】 已知 $\triangle ABC$ 的三个角 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , $b=c=\sqrt{2}+\sqrt{6}$, $\angle B=75^\circ$, 求 a .

考查目标: 考查三角恒等变换、正弦定理, 主要考查运算求解能力. 要求考生会正确利用正弦定理解三角形. 属于理解层次, 中等难度题.

解: 在 $\triangle ABC$ 中, $b=c$, 所以 $\angle C=\angle B=75^\circ$. 则 $\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)=30^\circ$.

$$\sin B = \sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

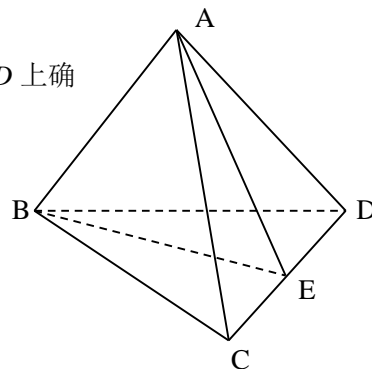
$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, \text{ 得 } a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}} = 2.$$

【例 3】 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AC=AD, BC=BD$, 试在 CD 上确定一点 E , 使得 $CD \perp$ 平面 ABE , 并证明你的结论.

考查目标: 考查空间直线与直线、直线与平面的垂直关系, 主要考查空间想像能力和推理论证能力. 属于理解层次, 容易题.

解: 取 CD 的中点 E , 则点 E 为所求.

证明: 连接 AE, BE .



例 3 图

因为 $AC=AD$, 所以 $AE \perp CD$.

因为 $BC=BD$, 所以 $BE \perp CD$.

又因为 $AE \cap BE=E$, 所以 $CD \perp$ 平面 ABE .

【例 4】 已知圆心为 $C(1, 1)$ 的圆 C 经过点 $M(1, 2)$.

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 若直线 $x+y+m=0$ 与圆 C 交于 A, B 两点, 且 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 求实数 m 的值.

考查目标: 考查圆的方程和直线与圆的位置关系, 两点之间的距离公式, 点到直线的距离公式, 主要考查运算求解能力. 属于理解层次, 中等难度题.

解: (1) 圆的半径 $r=|CM|=\sqrt{(1-1)^2+(2-1)^2}=1$,

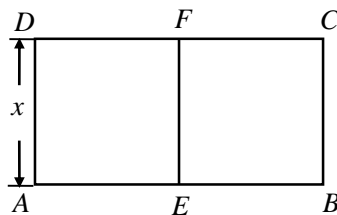
\therefore 圆 C 的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

(2) 由题意可知, $|CA|=|CB|=1$, 且 $\angle ACB=90^\circ$.

\therefore 圆心 C 到直线 $x+y+m=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 即 $\frac{|1+1+m|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

解得 $m=-1$ 或 $m=-3$.

【例 5】 如图, 某动物园要建造两间完全相同的矩形熊猫居室, 其总面积为 24 m^2 , 设熊猫居室的一面墙 AD 的长为 $x \text{ m}$ ($2 \leq x \leq 6$).



(1) 用 x 表示墙 AB 的长.

(2) 假设所建熊猫居室的墙壁造价 (在墙壁高度一定的前提下) 为每米 1000 元, 请将墙壁的总造价 y (元) 表示为 $x(\text{m})$ 的函数.

(3) 当 x 为何值时, 墙壁的总造价最低?

考查目标: 考查函数、不等式的综合知识, 主要考查分析和解决问题的能力、抽象概括能力. 要求考生具备阅读理解能力、数学建模能力和掌握用基本不等式求最值的方法. 属于理解层次, 中等难度题.

解: (1) $\because AB \cdot AD = 24$, $AD = x$, $\therefore AB = \frac{24}{x}$ ($2 \leq x \leq 6$).

(2) $y = 3000(x + \frac{16}{x})$ ($2 \leq x \leq 6$).

(3) $\because 3000(x + \frac{16}{x}) \geq 3000 \times 2 \times \sqrt{x \cdot \frac{16}{x}} = 24000$,

当且仅当 $x = \frac{16}{x}$, 即 $x = 4$ 时取等号,

$\therefore x = 4(\text{m})$ 时, 墙壁的总造价最低为 24 000 元.

答: 当 x 为 4 m 时, 墙壁的总造价最低.

【例 6】 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 4$, $a_3 = 64$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 记 $b_n = \log_4 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

考查目标: 考查等比数列的概念和前 n 项和的求解方法, 主要考查运算求解能力. 属于掌握层次, 中等难度题.

解: (1) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $q > 0$.

$$\because q^2 = \frac{a_3}{a_1} = 16, \text{ 解得 } q = 4 \text{ 或 } q = -4 \text{ (舍去)}, \therefore q = 4.$$

$$\therefore a_n = a_1 q^{n-1} = 4 \times 4^{n-1} = 4^n.$$

(2) $\because b_n = \log_4 a_n = n$, \therefore 数列 $\{b_n\}$ 是首项 $b_1 = 1$, 公差 $d = 1$ 的等差数列.

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

【例 7】 椭圆 C 的中心为原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 离心率为 $\frac{1}{2}$. 过 F_1 的直线交椭圆 C

于 A, B 两点, 且 $\triangle ABF_2$ 的周长为 8. 过定点 $M(0, 3)$ 的直线 l_1 与椭圆 C 交于 G, H 两点 (点 G 在点 M, H 之间).

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 设直线 l_1 的斜率 $k > 0$, 在 x 轴上是否存在点 $P(m, 0)$, 使得以 PG, PH 为邻边的平行四边形为菱形? 如果存在, 求出 m 的取值范围; 如果不存在, 请说明理由.

考查目标: 考查椭圆的定义, 椭圆方程, 直线与椭圆的位置关系, 函数的最值, 主要考查运算求解能力、分析和解决问题的能力. 要求考生具有数形结合的思想, 分类与整合的思想, 化归与转化的思想. 属于掌握层次, 较难题.

解: (1) 设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$,

$$\triangle ABF_2 \text{ 的周长为 } |AF_1| + |AF_2| + |BF_1| + |BF_2| = 4a = 8,$$

$$\text{解得 } a = 2, c = 1, \text{ 则 } b^2 = a^2 - c^2 = 3.$$

$$\therefore \text{椭圆的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$$

(2) 设直线 l_1 的方程为 $y = kx + 3 (k > 0)$.

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = kx + 3 \end{cases}, \text{ 消去 } y \text{ 并整理得 } (3 + 4k^2)x^2 + 24kx + 24 = 0. (*)$$

$$\Delta = (24k)^2 - 4 \times 24 \times (3 + 4k^2) > 0, \text{ 解得 } k > \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

设椭圆的弦 GH 的中点为 $N(x_0, y_0)$, 则“在 x 轴上是否存在点 $P(m, 0)$, 使得以 PG 、 PH 为邻边的平行四边形为菱形”等价于“在 x 轴上是否存在点 $P(m, 0)$, 使得 $PN \perp l_1$ ”.

$$\text{设 } G(x_1, y_1), H(x_2, y_2), \text{ 由韦达定理得, } x_1 + x_2 = -\frac{24k}{3 + 4k^2},$$

$$\therefore x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{12k}{3 + 4k^2} \therefore y_0 = kx_0 + 3 = \frac{9}{3 + 4k^2}.$$

$$\therefore N\left(-\frac{12k}{3 + 4k^2}, \frac{9}{3 + 4k^2}\right), k_{PN} = -\frac{9}{12k + m(3 + 4k^2)}.$$

$$\therefore -\frac{9}{12k + m(3 + 4k^2)} \cdot k = -1.$$

$$\text{解得 } m = -\frac{3k}{3 + 4k^2} = -\frac{3}{\frac{3}{k} + 4k} \left(k > \frac{\sqrt{6}}{2}\right).$$

$$\therefore \text{函数 } t = \frac{3}{k} + 4k \text{ 在区间 } \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, +\infty\right) \text{ 上单调递增,}$$

$$\therefore t > \frac{3}{\frac{\sqrt{6}}{2}} + 4 \times \frac{\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}.$$

$$\therefore m > -\frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$\therefore \text{满足条件的点 } P(m, 0) \text{ 存在, } m \text{ 的取值范围为 } \left(-\frac{\sqrt{6}}{6}, +\infty\right).$$

【例 8】 已知函数 $f(x) = x^3 - ax^2 - 3x$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - (a^2 - 3)x + 1 (a > 0)$ 至多有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

考查目标: 考查函数的极值与单调性, 主要考查运算求解能力和推理论证能力. 要求考生具备转化与化归的思想, 会用导数求解三次函数的单调区间. 属于理解层次, 较难题.

解: (1) $f'(x) = 3x^2 - 2ax - 3 \geq 0$,

$$\therefore a \leq \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right).$$

\because 当 $x \geq 1$ 时, $y = \frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{x}\right)$ 是增函数, 其最小值为 $\frac{3}{2}(1-1) = 0$,

$$\therefore a \leq 0.$$

(2) $g(x) = x^3 - ax^2 - a^2x + 1$, 由 $g'(x) = 3x^2 - 2ax - a^2 = 0$ 得 $x = a$ 或 $x = -\frac{a}{3}$.

$$\because a > 0, \therefore a > -\frac{a}{3}.$$

当 x 变化时, $g'(x)$, $g(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty, -\frac{a}{3})$	$-\frac{a}{3}$	$(-\frac{a}{3}, a)$	a	$(a, +\infty)$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	\nearrow	$\frac{5}{27}a^3 + 1$	\searrow	$-a^3 + 1$	\nearrow

$$\therefore x = -\frac{a}{3} \text{ 时, } g(x) \text{ 有极大值, } g(x)_{\text{极大}} = g\left(-\frac{a}{3}\right) = \frac{5}{27}a^3 + 1;$$

$$x = a \text{ 时, } g(x) \text{ 有极小值, } g(x)_{\text{极小}} = g(a) = -a^3 + 1.$$

\because 函数 $g(x) = f(x) - (a^2 - 3)x + 1$ ($a > 0$) 至多有两个零点,

$$\therefore g(a) \geq 0 \text{ 或 } g\left(-\frac{a}{3}\right) \leq 0.$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore g\left(-\frac{a}{3}\right) = \frac{5}{27}a^3 + 1 > 0.$$

$$\therefore g(a) = -a^3 + 1 \geq 0.$$

解得 $0 < a \leq 1$.

八、参考样卷

样卷（一）

广西普通高中学业水平考试

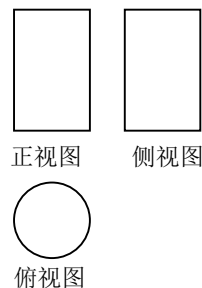
数 学

1. 考试采用书面答卷闭卷方式，考试时间 120 分钟，满分 100 分；
2. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分.

第 I 卷

一、选择题：本大题共 30 小题，每小题 2 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M = \{1,2\}$, $N = \{2,3\}$, 则 $M \cup N =$
A. $\{1,2\}$ B. $\{1,3\}$
C. $\{1,2,3\}$ D. $\{2,3\}$
2. 直线 $y = x + 2$ 的斜率等于
A. 1 B. 2
C. 30° D. 45°
3. $\sin 45^\circ \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \sin 15^\circ =$
A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 已知 i 是虚数单位，则复数 $z = 3 - i$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
5. 某几何体的三视图如右图所示，则该几何体是
A. 棱柱 B. 圆柱
C. 棱锥 D. 圆锥
6. 若三点 $P(1,1), A(2,-4), B(x,-9)$ 共线，则 $x =$
A. 2 B. -2 C. -3 D. 3
7. 若点 $P(-1,2)$ 在角 θ 的终边上，则 $\tan \theta$ 等于
A. -2 B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$



第 5 题图

17. 函数 $f(x) = \sqrt{x+1} + \lg(x-3)$ 的定义域是
 A. $[-1,3)$ B. $(-\infty, -1]$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
18. 将函数 $y = \sin 2x$ ($x \in \mathbf{R}$) 图象上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 所得图象的函数解析式为
 A. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ ($x \in \mathbf{R}$) B. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ ($x \in \mathbf{R}$)
 C. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ($x \in \mathbf{R}$) D. $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ ($x \in \mathbf{R}$)
19. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (x, -1)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则实数 x 的值为
 A. -2 B. 2 C. -1 D. 1
20. 下列函数中, 既是偶函数, 又在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的函数是
 A. $y = -\frac{1}{x}$ B. $y = \cos x$ C. $y = -x^2 + 3$ D. $y = e^{|x|}$
21. 在空间中, 下列说法不正确的是
 A. 三点确定一个平面 B. 梯形一定是平面图形
 C. 平行四边形一定是平面图形 D. 三角形一定是平面图形
22. 已知直线 $l: y = x + 1$ 和圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 则直线 l 和圆 C 的位置关系为
 A. 相交且弦长为 $\sqrt{2}$ B. 相交且弦长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 相切 D. 相离
23. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的离心率为
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
24. 函数 $y = 2 \sin x \cos x$ 的最小值为
 A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
25. 函数 $f(x) = 3^x - x^2$ 的零点所在的区间是
 A. $(1, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-2, -1)$
26. 函数 $y = -x^2 + 2x$, 在 $[1, 2]$ 的最大值是
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 3
27. 已知双曲线的两个焦点是椭圆 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ 的两个顶点, 双曲线的两个顶点之间的距离为 $4\sqrt{15}$, 则此双曲线的方程是
 A. $\frac{x^2}{60} - \frac{y^2}{30} = 1$ B. $\frac{x^2}{60} - \frac{y^2}{40} = 1$ C. $\frac{x^2}{50} - \frac{y^2}{40} = 1$ D. $\frac{x^2}{50} - \frac{y^2}{30} = 1$

28. 已知实数 x 、 y 满足 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ 3x + y \geq 3, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最小值等于

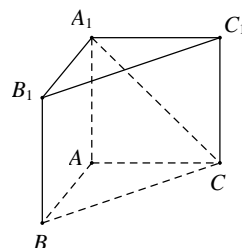
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

29. 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱 $AA_1 \perp$ 平面 ABC .

若 $AB=AC=AA_1=1$, $BC=\sqrt{2}$, 则异面直线 A_1C 与 B_1C_1

所成的角为

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°



第 29 题

30. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ ($m > 0, n > 0$) 上, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值等于

A. 16 B. 12 C. 9 D. 8

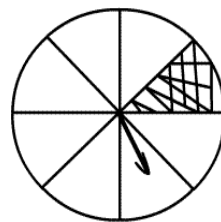
第 II 卷

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分.

31. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x (x \geq 0), \\ x + 1 (x < 0), \end{cases}$ 则 $f(2) =$ _____.

32. 函数 $f(x) = 2^x$ 的值域是_____.

33. 如图所示的圆盘由八个全等的扇形构成，指针绕中心旋转，可能随机停止，则指针停止在阴影部分内的概率是_____.



第 33 题图

34. 圆心在点 $(2, 3)$ 且与 y 轴相切的圆的标准方程为_____.

35. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $a = 3, b = 4, \angle C = \frac{\pi}{3}$,

则 $c =$ _____.

36. 若函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$ 在 $x = 1$ 时有极值 10, 则 $a + b$ 的值为_____.

三、解答题：本大题共 4 小题，共 28 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

37. (本小题满分 6 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 3, a_5 - a_3 = 4$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 S_{10} .

38. (本小题满分 6 分)

PM2.5 是指大气中直径小于或等于 $2.5\mu\text{m}$ 的颗粒物，也称为可入肺颗粒物. 我国 PM2.5 标准采用世卫组织设定的最宽限值，PM2.5 日均值在 $35\mu\text{g}/\text{m}^3$ 及其以下空气质量为一级，在 $35\mu\text{g}/\text{m}^3 \sim 75\mu\text{g}/\text{m}^3$ 之间空气质量为二级，在 $75\mu\text{g}/\text{m}^3$ 及其以上空气质量为超标.

某试点城市环保局从该市市区 2011 年全年每天的 PM2.5 监测数据中随机抽取 6 天的数据作为样本，监测值如茎叶图所示 (十位为茎，个位为叶)，若从这 6 天的数据中随机抽

出 2 天，求恰有一天空气质量超标的概率.

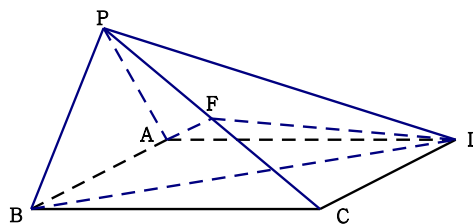
	PM2.5 日均值($\mu\text{g}/\text{m}^3$)
3	3
4	8 1
7	9 3
9	7

第 38 题图

39. (本小题满分 8 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $\triangle PAB$ 是边长为 1 的等边三角形, $BC = 2$, F 为 PC 的中点.

- (1) 求证: $PA \parallel$ 平面 BDF .
- (2) 求三棱锥 $F-PAD$ 的体积.



第 39 题图

40. (本小题满分 8 分)

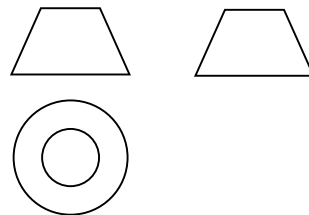
已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两个焦点为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 弦 AB 过

F_1 , $\triangle ABF_2$ 的周长等于 $4\sqrt{3}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 过圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上任意一点 P 作椭圆 C 的两条切线 PM 和 PN , 与圆 O 交于点 M, N 两点, 求 $\triangle PMN$ 面积的最大值.

6. 函数 $y = x^2 - 2x$ 在 $[0, 3]$ 的最大值是
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 3
7. 已知棱长为 1, 各面均为等边三角形的三棱锥 $A-BCD$, 则它的表面积为
 A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$
8. 空间四边形 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点, 若 $AC=BD$, 则四边形 $EFGH$ 一定是
 A. 正方形 B. 矩形
 C. 梯形 D. 菱形
9. 已知 i 是虚数单位, 复数 $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 + 4i$, 那么 $z_1 + z_2 =$
 A. $5 + 5i$ B. $4 + 6i$
 C. $10i$ D. 10
10. 已知直线 l 经过点 $P(0, 0)$, $Q(-1, \sqrt{3})$, 则它的倾斜角是
 A. 60° B. 90°
 C. 120° D. 150°

11. 右图是一个几何体的三视图, 它对应的几何体的名称是
 A. 球 B. 圆柱
 C. 圆锥 D. 圆台



第 11 题图

12. 已知点 $A(a, 0)$ 与 $B(0, 4)$ 间的距离是 5, 则 a 的值为

- A. 2 B. -2 C. 3 或 -3 D. 1 或 -1

13. 直线 $2x - y + 1 = 0$ 在 y 轴上的截距是

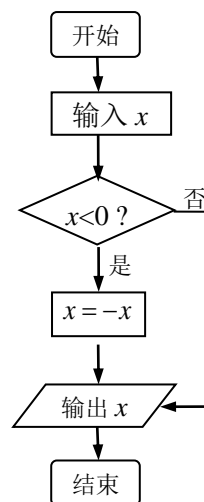
- A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

14. 已知直线 $l: y = x + 1$ 和圆 $C: x^2 + y^2 = 1$, 则直线 l 和圆 C 的位置关系为.

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

15. 运行如右程序框图, 若输入 $x = -3$, 则输出结果是

- A. 3 B. 0
 C. -3 D. -6



第 15 题图

16. 高二某班有男同学 36 人, 女同学 24 人, 用分层抽样的方法从全班同学中抽出一个容量为 10 的样本, 则应从女同学中抽取的人数为

- A. 4
B. 6
C. 8
D. 10

17. 已知角 α 的终边经过点 $P(3, -4)$, 那么 $\sin \alpha =$

- A. $-\frac{4}{3}$
B. $-\frac{4}{5}$
C. $-\frac{3}{4}$
D. $\frac{3}{5}$

18. $\cos 315^\circ =$

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

19. 函数 $y = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的周期是

- A. $\frac{\pi}{2}$
B. π
C. 4π
D. 6π

20. 已知向量 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} (O、A、B 三点不共线), 若 $2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$, 则点 M 是

- A. AB 中点
B. AC 中点
C. BC 中点
D. $\triangle ABC$ 的重心

21. 已知向量 $\mathbf{a} = (3, 2)$, $\mathbf{b} = (-2, 1)$, 则 $3\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的坐标是

- A. (7, 5)
B. (11, 5)
C. (7, 7)
D. (11, 7)

22. 已知 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ 的值是

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

30. 已知函数 $f(x) = 3x^2 - ax + 8$ 在 $[1, 3]$ 上具有单调性, 则 a 的取值范围是

A. $6 \leq a \leq 18$

B. $3 \leq a \leq 9$

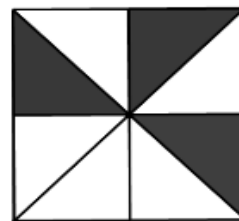
C. $a \leq 6$ 或 $a \geq 18$

D. $a \leq 3$ 或 $a \geq 9$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.

31. 若如图正方形区域内随机撒一粒黄豆, 则它落到阴影部分的概率为_____.



第 31 题

32. $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ 等于_____.

33. 函数 $f(x) = \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为_____.

34. 不等式 $x^2 - 2x - 15 < 0$ 的解集是_____.

35. 函数 $f(x) = 2^x - x^2$ 的零点个数为_____.

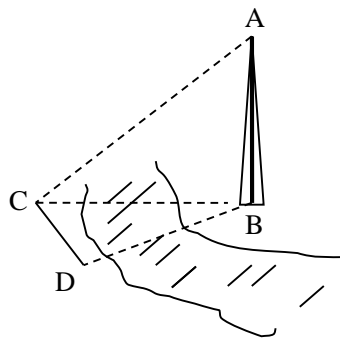
36. 若 $2^a = 3^b = 6$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$ _____.

三、解答题: 本大题共 4 小题, 共 28 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

37. (本小题满分 6 分) 从夏令营的 2 名女生和 3 名男生中任选 2 人参加公益活动, 求选出的 2 人中至少有一名女生的概率.

38. (本小题满分 6 分)

如图, 测量河对岸的塔高 AB 时, 可以选择与塔底在同一平面内的两个测量点 C 与 D . 现测得 $\angle BCD = \alpha, \angle BDC = \beta, CD = s$, 并在 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ , 求塔高 AB .



39. (本小题满分 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 C 的中心为原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 离心率为

$\frac{\sqrt{2}}{2}$. 过 F_1 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 且 $\triangle ABF_2$ 的周长为 16, 求椭圆 C 的标准方程.

40. (本小题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \ln(2x+3) + x^2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 的最大值和最小值.

样卷(三)

广西普通高中学业水平考试

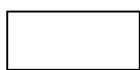
数 学

1. 考试采用书面答卷闭卷方式, 考试时间 120 分钟, 满分 100 分;
2. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.

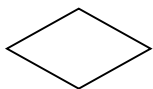
第 I 卷

一、选择题: 本大题共 30 小题, 每小题 2 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 有且只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $A = \{x \in Z | -1 < x < 3\}$ 的元素个数是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. 如果李明在某种比赛(这种比赛不会出现“平局”的情况)中获胜的概率是 0.3, 那么他输的概率是
A. 0.8 B. 0.7
C. 0.6 D. 0.5
3. 下列程序框能表示赋值、计算功能的是



A.



B.



C.



D.

4. 不等式 $x(x-1) < 0$ 的解集是
A. $\{x | x < 0\}$ B. $\{x | x < 1\}$
C. $\{x | 0 < x < 1\}$ D. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$
5. 如果一个几何体的正视图、侧视图和俯视图是全等的几何图形, 那么这个几何体不可能是
A. 球 B. 三棱锥
C. 正方体 D. 圆柱

15. 下列命题中一定正确的是
- A. 三条直线确定一个平面 B. 三条平行直线必共面
C. 三条相交直线必共面 D. 梯形一定是平面图形
16. 点 $A(1,2)$ 到点 $B(4,6)$ 的距离为
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
17. 圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2$ 的圆心坐标和半径长分别为
- A. $(2,3)$ 和 $\sqrt{2}$ B. $(-2,-3)$ 和 $\sqrt{2}$
C. $(2,3)$ 和 2 D. $(-2,-3)$ 和 2
18. 在区间 $[0,3]$ 上任取一个数 x , 则 $1 \leq x \leq 2$ 的概率为
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
19. 某班共有 52 名学生, 学号为 1~52, 为了调查该班数学作业的完成情况, 用系统抽样的方法从中抽取一个容量为 4 的样本, 已知 5, 31, 44 号在样本中, 那么样本中还有一位同学的编号是
- A. 21 B. 18 C. 17 D. 13
20. 直线 $l: x + y - 1 = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 = 1$ 所截的弦长为
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
21. 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长都为 $\sqrt{2}$, 则其体积为
- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
22. 函数 $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是
- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π
23. $\sin 120^\circ =$
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

24. 计算 $1 - 2\sin^2 22.5^\circ$

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

25. 函数 $y = \log_a(x-1)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 A, 那么 A 点的坐标是

- A. (2,0) B. (0,2) C. (1,0) D. (0,1)

26. 已知命题: “若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$ ”, 在它的逆命题、否命题和逆否命题中, 真命题的个数是

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

27. 用二分法求方程 $2^x + 3x - 7 = 0$ 的近似解时, 列出下表

x	---	0	1	2	3	4	---
$f(x) = 2^x + 3x - 7$	---	-6	-2	3	10	21	---

则方程的解所在的区间是

- A. (3, 4) B. (2, 3) C. (0, 1) D. (1, 2)

28. 双曲线 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$ 上一点 P 到它的一个焦点的距离等于 1, 那么点 P 到另一个焦点的距离为

- A. 5 B. 7 C. 9 D. 17

29. 某公司一年购买某种货物 400 吨, 每次都购买 x 吨, 每次的运费为 4 万元, 一年的总存储费用为 $4x$ 万元, 要使一年的总费用与总存储费用之和最小, 则 x 的取值为

- A. 20 B. 10 C. 15 D. 5

30. 已知函数 $f(x) = x(x-c)^2$ 在 $x=2$ 处有极大值, 则 c 的值为

- A. 6 B. 3 C. 2 D. 2或6

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.

31. 样本数据 -2, 0, 6, 3, 6 的众数是_____.

32. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$, 则 $A =$ _____.

33. 直线 $l_1: x=1$ 与直线 $l_2: 3x+2y-13=0$ 的交点坐标为_____.

34. 计算: $a^{\frac{1}{3}} a^{\frac{3}{4}} a^{\frac{11}{12}} =$ _____.

35. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0)$, $\mathbf{b} = (2, 2\sqrt{3})$, 那么 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角 $\theta =$ _____.

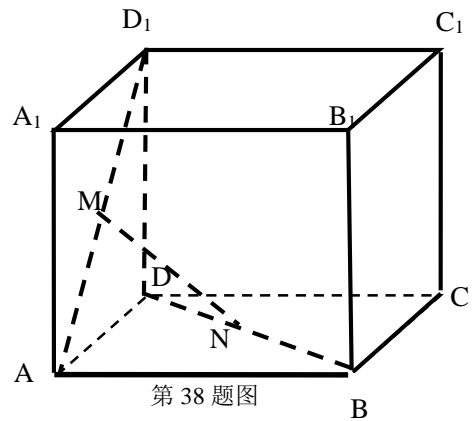
36. 若 $a > 0$, $b > 0$, 且满足 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{9}{b}$ 的最小值为_____.

三、解答题：本大题共 4 小题，共 28 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

37. (本小题满分 6 分) 已知 $\tan \alpha = 3$, 求 $\frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ 的值.

38. (本小题满分 6 分)

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 、 N 分别是 AD_1 和 BD 的中点, 求证: $MN \parallel$ 平面 CC_1D_1D .



39. (本小题满分 8 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 前 n 项和为 S_n , 且 S_1, S_2, S_4 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $b_n = (-1)^{n-1} \frac{4n}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

40. (本小题满分 8 分)

已知抛物线方程为 $x^2 = 4y$, 过点 $M(0, 2)$ 作直线与抛物线交于两点 $A(x_1, y_1)$,

$B(x_2, y_2)$, 过 A, B 分别作抛物线的切线, 两切线的交点为 P .

(1) 求 $x_1 x_2$ 的值;

(2) 求点 P 的纵坐标;

(3) 求 $\triangle PAB$ 面积的最小值.

九、样卷参考答案及评分标准

样卷（一）参考答案及评分标准

一、选择题（共 30 小题，每小题 2 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	A	D	B	D	A	D	A	D
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	A	B	C	A	C	D	C	C	B	D
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	A	A	C	D	C	C	B	B	C	D

二、填空题（共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

31. 2

32. $(0, +\infty)$

33. $\frac{1}{8}$

34. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$

35. $\sqrt{13}$

36. -7

三、解答题（共 4 小题，共 28 分）

37.（本小题满分 6 分）

解：设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，则 $a_2 = a_1 + d = 3$.

又 $\because a_5 - a_3 = 2d = 4$ ，2 分

$\therefore a_1 = 1, d = 2$ 4 分

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和 $S_{10} = 10a_1 + \frac{10 \times 9}{2}d = 100$6 分

38.（本小题满分 6 分）

解：由茎叶图知，6 天有 4 天空气质量未超标，有 2 天空气质量超标.1 分

记未超标的 4 天为 a, b, c, d ，超标的 2 天为 e, f . 则从 6 天中抽取 2 天的所有情况为： $ab, ac, ad, ae, af, bc, bd, be, bf, cd, ce, cf, de, df, ef$ ，基本事件总数为 15.3 分

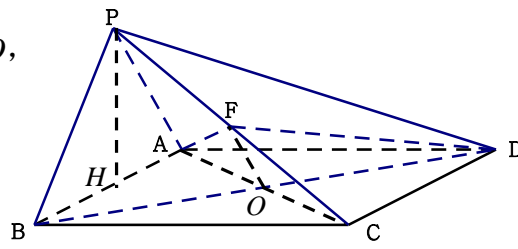
记“6 天中抽取 2 天，恰有一天空空气质量超标”为事件 A ，可能结果为： $ae,$

af, be, bf, ce, cf, de, df, 事件 A 包含的基本事件数为 8.5 分

$\therefore P(A) = \frac{8}{15}$6 分

39. (本小题满分 8 分)

(1) 证明: 如图, 连接 AC 与 BD 交于点 O, 连接 OF.



$\therefore AO=OC$. 又 $PF=FC$, $\therefore FO \parallel PA$.

又 $PA \not\subset$ 平面 BDF, $FO \subset$ 平面 BDF,

$\therefore PA \parallel$ 平面 BDF. 3 分

(2) 解: 在平面 PAB 中, 过 P 点作 $PH \perp AB$ 于 H.

\because 平面 PAB \perp 平面 ABCD, 平面 ABCD \cap 平面 PAB = AB,

$\therefore PH \perp$ 平面 ABCD.

又 $\triangle PAB$ 的边长均为 1,

$\therefore PH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5 分

$\because F$ 为 PC 的中点,

$\therefore V_{F-PAD} = \frac{1}{2} V_{C-PAD} = \frac{1}{2} V_{P-ACD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$8 分

40. (本小题满分 8 分)

解: (1) 由 $\triangle ABF_2$ 的周长为 $4\sqrt{3}$, 得 $4a = 4\sqrt{3}$, $a = \sqrt{3}$1 分

由离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 得 $c = \sqrt{2}$, $b^2 = a^2 - c^2 = 1$3 分

所以椭圆 C 的方程为: $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$4 分

分

(2) 设点 $P(x_p, y_p)$, 则 $x_p^2 + y_p^2 = 4$.

(i) 若两切线中有一条切线的斜率不存在, 则 $x_p = \pm\sqrt{3}$, $y_p = \pm 1$, 另一切线的斜率为 0, 从而 $PM \perp PN$. 此时, $S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} |PM| \cdot |PN| = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$5 分

(ii) 若切线的斜率均存在, 则 $x_p \neq \pm\sqrt{3}$. 设过点 P 的椭圆的切线方程为

$y - y_p = k(x - x_p)$, 代入椭圆方程, 消 y 并整理得,

$(3k^2 + 1)x^2 + 6k(y_p - kx_p)x + 3(y_p - kx_p)^2 - 3 = 0$.

依题意 $\Delta = 0$, 得 $(3 - x_p^2)k^2 + 2x_p y_p k + 1 - y_p^2 = 0$ 6 分

设切线 PM、PN 的斜率分别为 k_1 、 k_2 , 从而 $k_1 \cdot k_2 = \frac{1 - y_p^2}{3 - x_p^2} = \frac{x_p^2 - 3}{3 - x_p^2} = -1$,

即 $PM \perp PN$ ，线段 MN 为圆 O 的直径， $|MN| = 4$ 。.....7 分

所以， $S_{\triangle PMN} = \frac{1}{2} |PM| \cdot |PN| \leq \frac{1}{4} (|PM|^2 + |PN|^2) = \frac{1}{4} |MN|^2 = 4$ ，当且仅当

$|PM| = |PN| = 2\sqrt{2}$ 时， $S_{\triangle PMN}$ 取最大值 4。

综合 (i)、(ii) 得 $\triangle PMN$ 面积的最大值为 4。.....8 分

样卷（二）参考答案及评分标准

一、选择题（共 30 小题，每小题 2 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	C	A	D	C	D	B	C
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	D	C	A	A	A	A	B	D	C	A
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	B	B	A	B	C	D	B	B	D	C

二、填空题（共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

31. $\frac{3}{8}$

32. $\frac{1}{2}$

33. $x - y - 1 = 0$

34. $\{x | -3 < x < 5\}$

35. 3

36. 1

三、解答题（共 4 小题，共 28 分）

37. 解：将所有学生依次排序号，为 1(女)，2(女)，3(男)，4(男)，5(男)，，

依题意所有可能的结果是 $\{1, 2\}$ ， $\{1, 3\}$ ， $\{1, 4\}$ ， $\{1, 5\}$ ， $\{2, 3\}$ ， $\{2, 4\}$ ， $\{2, 5\}$ ，

$\{3, 4\}$ ， $\{3, 5\}$ ， $\{4, 5\}$ ，共有 10 种。.....3 分

记事件 A 为“选出的 2 人中至少有一名女生”，

则 A 的基本事件为 $\{1, 2\}$ ， $\{1, 3\}$ ， $\{1, 4\}$ ， $\{1, 5\}$ ， $\{2, 3\}$ ， $\{2, 4\}$ ， $\{2, 5\}$ ，

共有 7 种。.....4 分

则 $P(A) = \frac{7}{10}$ 。.....6 分

\therefore 选出的 2 人中至少有一名女生的概率为 $\frac{7}{10}$ 。

38. 解：在 $\triangle BCD$ 中， $\angle CBD = \pi - \alpha - \beta$ 。.....1 分

由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin \angle BDC} = \frac{CD}{\sin \angle CBD}$ ，.....3 分

所以 $BC = \frac{CD \sin \angle BDC}{\sin \angle CBD} = \frac{s \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$4分

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $AB = BC \tan \angle ACB = \frac{s \cdot \sin \beta \tan \theta}{\sin(\alpha + \beta)}$6分

39. 解: 设椭圆 C 的标准方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 半焦距为 c ,2分

则 $\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 4a = 16 \end{cases}$ 4分

得 $a=4, c=2\sqrt{2}$, 从而 $b=8$,7分

$\therefore \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 为所求.8分

40. $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\frac{3}{2}, +\infty\right)$1分

(1) $f'(x) = \frac{2}{2x+3} + 2x$ 2分
 $= \frac{2(2x+1)(x+1)}{2x+3}$.

当 $-\frac{3}{2} < x < -1$ 或 $x > -\frac{1}{2}$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $-1 < x < -\frac{1}{2}$ 时, $f'(x) < 0$3分

从而, $f(x)$ 分别在区间 $\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$, $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 单调递增, 在区间 $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ 单调递减.4分

(2) 由(1)知 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 的最小值为 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \ln 2 + \frac{1}{4}$6分

又 $f(-1) - f(1) = \ln 1 + 1 - (\ln 5 + 1) = -\ln 5 < 0$.

所以 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 的最大值为 $f(1) = 1 + \ln 5$8分

样卷(三) 参考答案及评分标准

一、选择题(共30小题, 每小题2分, 共60分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	C	D	C	B	D	B	C

题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	B	A	D	D	D	A	C	B	D
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	A	B	D	B	A	D	D	C	A	A

二、填空题（共6小题，每小题2分，共12分）

31. 6 32. $\frac{\pi}{3}$ 33. (1, 5) 34. a^2 35. $\frac{\pi}{3}$ 36. 16

三、解答题（共4小题，共28分）

37. 解: $\because \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ 3分

$$\therefore \frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{2\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 3}{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$= \frac{2\tan \alpha - 3}{1 + \tan \alpha} = \frac{2 \times 3 - 3}{1 + 3} = \frac{3}{4} \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

38. 证明: (1) 连接 AC, CD₁,1分

因为 ABCD 为正方形, N 为 BD 中点,

所以 N 为 AC 中点,2分

又因为 M 为 AD₁ 中点,

所以 MN//CD₁.....4分

因为 MN ⊄ 平面 CC₁D₁D, CD₁ ⊂ 平面 CC₁D₁D,5分

所以 MN//平面 CC₁D₁D.6分

39. 解: (1) 因为 S₁ = a₁, S₂ = 2a₁ + $\frac{2 \times 1}{2} \times 2 = 2a_1 + 2$,1分

$$S_4 = 4a_1 + \frac{4 \times 3}{2} \times 2 = 4a_1 + 12, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

由题意, 得 $(2a_1 + 2)^2 = a_1(4a_1 + 12)$,

解得 a₁ = 1, 3分

所以 a_n = 2n - 1. 4分

$$(2) b_n = (-1)^{n-1} \frac{4n}{a_n a_{n+1}} = (-1)^{n-1} \frac{4n}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1} \right) \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

当 n 为偶数时,

$$T_n = \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-3} + \frac{1}{2n-1}\right) - \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

当 n 为奇数时,

$$T_n = \left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) + \dots - \left(\frac{1}{2n-3} + \frac{1}{2n-1}\right) + \left(\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2n+1} = \frac{2n+2}{2n+1} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } T_n = \begin{cases} \frac{2n+2}{2n+1}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{2n}{2n+1}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}, \left(\text{或 } T_n = \frac{2n+1+(-1)^{n-1}}{2n+1} \right) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

40. 解: (1) 由已知直线 AB 的方程为 $y=kx+2$,
 代入 $x^2=4y$ 得 $x^2-4kx-8=0$, $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$
 $\Delta=16k^2+32>0$,
 $\therefore x_1+x_2=4k, x_1x_2=-8$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 由导数的几何意义知过点 A 的切线斜率为 $\frac{x_1}{2}$,

$$\therefore \text{切线方程为 } y - \frac{x_1^2}{4} = \frac{x_1}{2}(x - x_1),$$

$$\text{化简得 } y = \frac{x_1x}{2} - \frac{x_1^2}{4} \quad \textcircled{1} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{同理过点 } B \text{ 的切线方程为 } y = \frac{x_2x}{2} - \frac{x_2^2}{4} \quad \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \frac{x_1x}{2} - \frac{x_1^2}{4} = \frac{x_2x}{2} - \frac{x_2^2}{4}, \text{ 得 } x = \frac{x_1+x_2}{2}, \quad \textcircled{3} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

将③代入①得 $y=-2$, \therefore 点 P 的纵坐标为 -2 . $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(3) 设直线 AB 的方程为 $y=kx+2$,
 由 (1) 知 $x_1+x_2=4k, x_1x_2=-8$,
 \therefore 点 P 到直线 AB 的距离为 $d = \frac{|2k^2+4|}{\sqrt{k^2+1}}$, $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

线段 AB 的长度为

$$|AB| = |x_1 - x_2| \sqrt{1+k^2} = \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} \cdot \sqrt{1+k^2} = 4\sqrt{k^2+2} \cdot \sqrt{1+k^2} \quad 7 \text{ 分}$$

$$S_{\Delta PAB} = \frac{1}{2} \times \frac{|2k^2+4|}{\sqrt{k^2+1}} \times 4\sqrt{k^2+2} \times \sqrt{k^2+1} = 4(k^2+2)\sqrt{k^2+2} \geq 8\sqrt{2}$$

当且仅当 $k=0$ 时取等号, $\therefore \Delta PAB$ 面积的最小值为 $8\sqrt{2}$. $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

十、附录

2016年6月广西壮族自治区普通高中学业水平考试

数 学

(全卷满分 100 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将姓名、座位号、考籍号填写在答题卡上.
2. 考生作答时, 请在答题卡上作答(答题注意事项见答题卡), 在本试题上作答无效.

一、单项选择题: 本大题共 30 小题, 每小题 2 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 有且只有一项是符合题目要求的.(温馨提示: 请在答题卡上作答, 在本试题上作答无效.)

1. 已知集合 $A = \{5\}$, $B = \{4, 5\}$, 则 $A \cap B =$

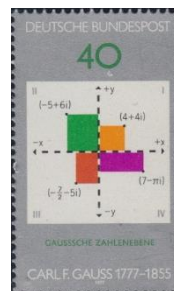
- A. \emptyset B. $\{4\}$ C. $\{5\}$ D. $\{4, 5\}$

2. 1977 年是高斯诞辰 200 周年, 为纪念这位伟大的数学家对复数发展所做出的杰出贡献, 德国特别发行了一枚邮票(如图). 这枚邮票上印有 4 个复数, 其中的两个复数的和: $(4+4i) + (-5+6i) =$

- A. $-1+10i$ B. $-2+9i$
C. $9-2i$ D. $10-i$

3. 直线 $y = x - 1$ 的斜率等于

- A. -1 B. 1
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{3\pi}{4}$



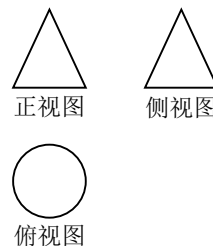
(第 2 题图)

4. 设向量 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AC} =$

- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ C. $-\mathbf{a} - \mathbf{b}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b}$

5. 函数 $f(x) = \sqrt{x}$ 的定义域是

- A. \mathbf{R} B. $\{x|x \geq 0\}$
C. $\{x|x > 0\}$ D. $\{x|x < 0\}$



(第 6 题图)

6. 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体是

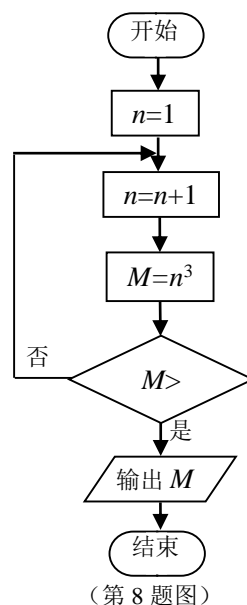
- A. 棱柱 B. 圆柱
C. 棱锥 D. 圆锥

7. 某校高二年级共有 600 名学生, 编号为 001~600. 为了分析该年级上学期期末数学考试情况, 用系统抽样方法抽取了

一个样本容量为 60 的样本. 如果编号 006, 016, 026 在样本中, 那么下列编号在样本中的是

- A. 010 B. 020 C. 036 D. 042

8. 执行如图所示的程序框图, 输出的结果是
A. 3 B. 9
C. 27 D. 64



9. 60° 角的弧度数是
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

10. 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像必过定点
A. $(0, 0)$ B. $(0, 1)$
C. $(1, 0)$ D. $(1, 1)$

11. 经过点 $P(0, 2)$ 且斜率为 2 的直线方程为
A. $2x + y + 2 = 0$ B. $2x - y - 2 = 0$
C. $2x - y + 2 = 0$ D. $2x + y - 2 = 0$

12. 函数 $y = 2\sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的最大值为
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2

13. $\log_3 9 =$
A. 9 B. 3 C. 2 D. $\frac{1}{3}$

14. 命题“若两个三角形全等, 则这两个三角形的面积相等”的逆命题是
A. 若两个三角形的面积相等, 则这两个三角形全等
B. 若两个三角形不全等, 则这两个三角形的面积相等
C. 若两个三角形的面积相等, 则这两个三角形不全等
D. 若两个三角形不全等, 则这两个三角形的面积不相等

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 2$, $a_2 = 4$, 那么 $a_4 =$
A. 6 B. 8 C. 16 D. 32

16. 下列命题正确的是
A. $a + \frac{1}{a}$ 的最小值是 2 B. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的最小值是 2
C. $a + \frac{1}{a}$ 的最大值是 2 D. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的最大值是 2

17. 设向量 $\mathbf{a} = (5, -7)$, $\mathbf{b} = (-6, -4)$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$
A. -58 B. -2 C. 2 D. 22

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 1$, $c = \sqrt{2}$, $A = 45^\circ$, 则 a 的长为
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

19. 已知双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的虚轴长是实轴长的 2 倍, 则实数 m 的值是
 A. ± 1 B. ± 2 C. 2 D. 4
20. 已知某种细胞分裂时, 由 1 个分裂成 2 个, 2 个分裂成 4 个……依此类推, 那么 1 个这样的细胞分裂 3 次后, 得到的细胞个数为
 A. 4 个 B. 8 个 C. 16 个 D. 32 个
21. 棱长均为 a 的三棱锥的表面积是
 A. $4a^2$ B. $\sqrt{3}a^2$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$
22. 从某中学高三年级中随机抽取了 6 名男生, 其身高和体重的数据如下表所示:

编号	1	2	3	4	5	6
身高/cm	170	168	178	168	176	172
体重/kg	65	64	72	61	67	67

由以上数据, 建立了身高 x 预报体重 y 的回归方程 $\hat{y} = 0.80x - 71.6$. 那么, 根据

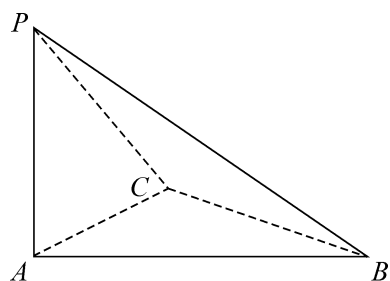
上述回归方程预报一名身高为 175cm 的高三男生的体重是

- A. 80 kg B. 71.6 kg C. 68.4 kg D. 64.8 kg
23. 抛物线 $y^2 = 6x$ 的准线方程是
 A. $x = -\frac{3}{2}$ B. $x = \frac{3}{2}$ C. $y = -\frac{3}{2}$ D. $y = \frac{3}{2}$
24. 不等式组 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积为
 A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
25. 数列 $\sqrt{2}, \sqrt{5}, 2\sqrt{2}, \sqrt{11}, \dots$ 的一个通项公式是
 A. $a_n = \sqrt{n+1}$ B. $a_n = \sqrt{3n-1}$
 C. $a_n = \sqrt{3n+1}$ D. $a_n = \sqrt{n+3}$
26. $\sin 75^\circ =$
 A. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
27. 某居民小区拟将一块三角形空地改造成绿地. 经测量, 这块三角形空地的两边长分别为 32m 和 68m, 它们的夹角是 30° . 已知改造费用为 50 元/ m^2 , 那么, 这块三角形空地的改造费用为
 A. $27200\sqrt{3}$ 元 B. $54400\sqrt{3}$ 元
 C. 27200 元 D. 54400 元
28. 函数 $f(x) = x^3 - x - 1$ 的零点所在的区间是

38. (本小题满分 6 分)

在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AC \perp BC$.

证明: $BC \perp$ 平面 PAC .



(第 38 题图)

39. (本小题满分 8 分)

据相关规定, 24 小时内的降水量为日降水量 (单位: mm), 不同的日降水量对应的降水强度如下表:

日降水量	(0, 10)	[10, 25)	[25, 50)	[50, 100)	[100, 250)	[250, +∞)
降水强度	小雨	中雨	大雨	暴雨	大暴雨	特大暴雨

为分析某市“主汛期”的降水情况, 从该市 2015 年 6 月~8 月有降水记录的监测数据中, 随机抽取 10 天的数据作为样本, 具体数据如下:

16 12 23 65 24 37 39 21 36 68

(1) 请完成以下表示这组数据的茎叶图;

1	2	—
2	1 3	—
3	6 7	—
6	5	—

(2) 从样本中降水强度为大雨以上 (含大雨) 天气的 5 天中随机选取 2 天, 求恰有 1

天是暴雨天气的概率.

40. (本小题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x + a - 1$, $g(x) = \frac{x^2}{2} + ax - x \ln x$, 其中 $a > 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $x \geq 1$ 时, $g(x)$ 的最小值大于 $\frac{3}{2} - \ln a$, 求 a 的取值范围.

2016年6月广西壮族自治区普通高中学业水平考试

数学 参考答案及评分标准

说明:

1. 第一题选择题, 选对得分, 多选、错选或不选一律给0分.
2. 第二题填空题, 不给中间分.
3. 第三题解答题, 本答案给出了一种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分参考制定相应的评分细则.
4. 对解答题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应得分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分.
5. 解答右侧所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
6. 只给整数分数.

一、选择题 (共30小题, 每小题2分, 共60分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	A	B	D	C	C	B	B
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	D	C	A	C	B	B	A	B	B
题号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	B	C	A	C	B	D	C	B	D	C

二、填空题 (共6小题, 每小题2分, 共12分)

31. 4 32. 2 33. $\frac{3}{5}$ 34. (5, 7) 35. $\frac{4}{5}$ 36. [-1, 3]

三、解答题 (共4小题, 共28分)

37. 解: 在方程 $x^2 + (y + 20.7)^2 = 27.9^2$ 中, 令 $x = 0$,2分

则 $(y + 20.7)^2 = 27.9^2$,3分

解得 $y_1 = 7.2$, $y_2 = -48.6$ (舍去).5分

$\therefore |OP| = 7.2$6分

38. 证明: $\because PA \perp$ 平面 ABC , $BC \subset$ 平面 ABC , $\therefore PA \perp BC$3分

又 $AC \perp BC$,4分

$PA \subset$ 平面 PAC , $AC \subset$ 平面 PAC , $PA \cap AC = A$,

$\therefore BC \perp$ 平面 PAC6分

39. 解: (1)
$$\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & \underline{6} \\ 2 & 1 & \underline{3} & \underline{4} \\ 3 & 6 & 7 & \underline{9} \\ 6 & 5 & \underline{8} & \end{array} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 记降水强度为大雨的3天为 a, b, c , 降水强度为暴雨的2天为 d, e , 从

这 5 天中抽取 2 天的所有情况为 $ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de$, 基本事件总数为 10.6 分
 记“5 天中抽取 2 天, 恰有一天发生暴雨”为事件 A, 可能结果为 ad, ae, bd, be, cd, ce , 即事件 A 包含的基本事件数为 6.7 分

所以恰有 1 天发生暴雨的概率 $P(A) = \frac{6}{10} = 0.6$8 分

40. 解: (1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ 1 分

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$.

\therefore 函数 $f(x)$ 的单调递减区间是 $(0, 1)$, 单调递增区间是 $(1, +\infty)$4 分

(2) 易知 $g'(x) = x - \ln x + a - 1 = f(x)$.

由 (1) 知, $f(x) \geq f(1) = a > 0$,
 所以当 $x \geq 1$ 时, $g'(x) \geq g'(1) = a > 0$.

从而 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 5 分

所以 $g(x)$ 的最小值 $g(1) = a + \frac{1}{2}$ 6 分

依题意得 $a + \frac{1}{2} > \frac{3}{2} - \ln a$, 即 $a + \ln a - 1 > 0$ 7 分

令 $h(a) = \ln a + a - 1$, 易知 $h(a)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

所以 $h(a) > h(1) = 0$, 所以 a 的取值范围是 $(1, +\infty)$8 分