2013年中考数学（四川乐山卷）

（本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求.

1．－5 的倒数是【　　】

A. －5　　B. $-\frac{1}{5}$　　C. 5　　D. $\frac{1}{5}$

【答案】B。

【考点】倒数。

【分析】根据两个数乘积是 1 的数互为倒数的定义，因此求一个数的倒数即用 1 除以这个数．所以－5 的倒数为 1÷（－5）＝$-\frac{1}{5}$。故选 B。

2．乐山大佛景区 2013 年 5 月份某周的最高气温（单位：^{0}C）分别为：29，31，23，26，29，29。这组数据的极差为【　　】

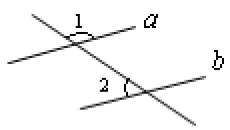
A. 29　　B. 28　　C. 8　　D. 6

【答案】C。

【考点】极差。

【分析】根据一组数据中的最大数据与最小数据的差叫做这组数据的极差的定义，这组数据的极差为：31－23=8。故选 C。

3．如图，已知直线 a∥b，∠1=131^{0}，则∠2 等于【　　】

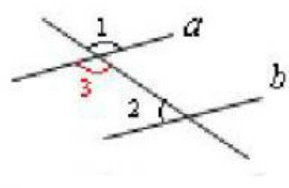


A. 39^{0}　　B. 41^{0}　　C. 49^{0}　　D. 59^{0}

【答案】B。

【考点】对顶角的性质，平行线的性质。

【分析】如图，∵∠1 与∠3 是同位角，∠1=131^{0}，∴∠3=∠1=131^{0}。∵a∥b，∴∠3＋∠2=180^{0}。∴∠2=41^{0}。故选 B。



4．若 a＞b，则下列不等式变形错误的是【　　】

A. $a+1>b+1$　　B. $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$　　C. $3a-4>3b-4$　　D. $4-3a>4-3b$

【答案】D。

【考点】不等式运算法则。

【分析】根据不等式运算法则做出判断即可：

A、因为不等式两边同加一个数，不等式方向不变，不等式变形正确；

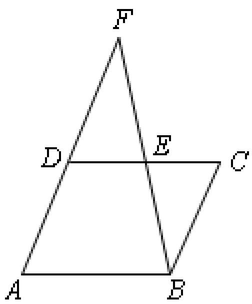
B、因为不等式两边同除以一个正数，不等式方向不变，不等式变形正确；

C、$\because a>b\Rightarrow 3a>3b\Rightarrow 3a-4>3b-4$，$\therefore$不等式变形正确；

D、$\because a>b\Rightarrow 3a>3b\Rightarrow 3a-4>3b-4\Rightarrow 4-3a<4-3b$，$\therefore$不等式变形错误。

故选 D。

5．如图，点 E 是▱ABCD 的边 CD 的中点，AD、BE 的延长线相交于点 F，DF=3，DE=2，则▱ABCD 的周长为【　　】



A．5　　B．7　　C．10　　D．14

【答案】D。

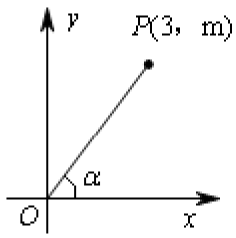
【考点】平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质。

【分析】∵点 E 是▱ABCD 的边 CD 的中点，∴DE=CE。

∵▱ABCD 中，AD∥BC，∴∠FDE=∠BEC，∠F=∠EBC。∴△FDE≌△BEC（AAS）。∴DF=CB。

∵DF=3，DE=2，∴▱ABCD 的周长为：4DE＋2DF=14。故选 D。

6．如图，在直角坐标系中，P 是第一象限内的点，其坐标是（3，m），且 OP 与 x 轴正半轴的夹角α的正切值是$\frac{4}{3}$，则$\sin\alpha$的值是【　　】

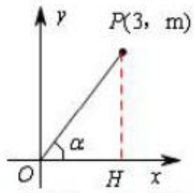


A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{5}{3}$

【答案】B。

【考点】点的坐标，锐角三角函数定义，勾股定理。

【分析】如图，过点 P 作 PH⊥x 轴于点 H，则



∵P 是第一象限内的点，其坐标是（3，m），∴OH=3，PH= m。

又∵OP 与 x 轴正半轴的夹角 α 的正切值是 $\frac{4}{3}$，即 $\tan\alpha=\frac{PH}{OH}=\frac{4}{3}$，

$\therefore \frac{m}{3}=\frac{4}{3}\Rightarrow m=4$。

根据勾股定理，得 OP=5。

$\therefore \sin\alpha=\frac{PH}{OP}=\frac{4}{5}$。故选 B。

7．甲、乙两人同时分别从 A、B 两地沿同一条公路骑自行车到 C 地，已知 A、C 两地间的距离为 110 千米，B、C 两地间的距离为 100 千米，甲骑自行车的平均速度比乙快 2 千米/时，结果两人同时到达 C 地，求两人的平均速度。为解决此问题，设乙骑自行车的平均速度为 x 千米/时，由题意列出方程，其中正确的是【　　】

A. $\frac{110}{x+2}=\frac{100}{x}$　　B. $\frac{110}{x}=\frac{100}{x+2}$　　C. $\frac{110}{x-2}=\frac{100}{x}$　　D. $\frac{110}{x}=\frac{100}{x-2}$

【答案】A。

【考点】由实际问题列分式方程（行程问题）。

【分析】∵乙骑自行车的平均速度为 x 千米时，甲骑自行车的平均速度比乙快 2 千米时，

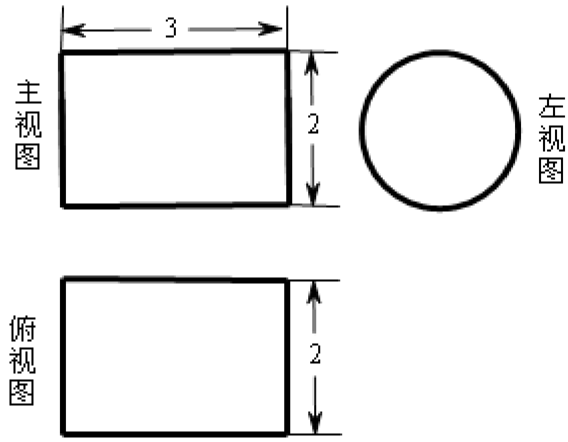
∴甲骑自行车的平均速度为 x＋2 千米时。

∵甲从 A 到 C 地，A、C 两地间的距离为 110 千米，∴甲从 A 到 C 地用时 $\frac{110}{x+2}$ 时。

∵乙从 B 到 C 地，B、C 两地间的距离为 100 千米，∴乙从 B 到 C 地用时 $\frac{110}{x}$ 时。

根据人同时到达 C 地，即所用时间相等，列出方程为 $\frac{110}{x+2}=\frac{100}{x}$。故选 A。

8．一个立体图形的三视图如图所示，根据图中数据求得这个立体图形的的表面积为【　　】



A. 2π　　B. 6π　　C. 7π　　D. 8π

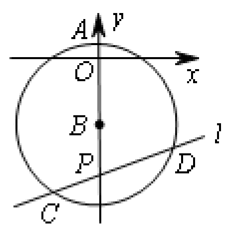
【答案】D.

【考点】由三视图判断几何体，圆柱的计算。

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形，由于左视图为圆形可得为球、圆柱、圆锥．主视图和俯视图为矩形形可得此几何体为圆柱。

根据图中数据，这个立体图形的的表面积是两个底面直径为 2 的圆的面积与边长为 $3\times2\pi$ 的矩形面积，因此，表面积为 $2\times\pi\times1^2+3\times2\pi=8\pi$。故选 D。

9．如图，圆心在 y 轴的负半轴上，半径为 5 的⊙B 与 y 轴的正半轴交于点 A（0，1）。过点 P（0，－7）的直线 l 与⊙B 相交于 C、D 两点，则弦 CD 长的所有可能的整数值有【　　】



A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【答案】B。

【考点】点的坐标，相交弦定理，正整数的性质，待定系数法的应用。

【分析】设⊙B 与 y 轴的负半轴交于点 E，则由题意，可得：AP=8，EP=2。

设 CD=y，CP=x，则 DP= y－x。

根据相交弦定理，得 $x(y-x)=2\times8\Rightarrow xy-x^2=16\Rightarrow y=\frac{16}{x}+x$。

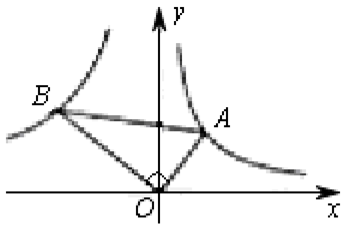
∴若 y 为正整数，x=1，2，4，8，16。

∵AP=8，EP=2，∴$2\le x\le8$。∴x=2，4，8。

当 x=2，4，8 时，y=10，8，10。

∴弦 CD 长的所有可能的整数值有 2 个。故选 B。

10．如图，已知第一象限内的点 A 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 上，第二象限的点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上，且 OA⊥OB，$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 k 的值为【　　】



A. －3　　　B. －6　　　C. －4　　　D. $-2\sqrt{3}$

【答案】 C。

【考点】 反比例函数综合题，勾股定理，锐角三角函数定义，特殊元素法和整体思想的应用。

【分析】 ∵第一象限内的点 A 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 上，∴可取特殊点 A（$\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$）。

∵OA⊥OB，第二象限的点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上，∴可设 B（x，－x）。

∴ $OA=2$，$AB=\sqrt{\left(x-\sqrt{2}\right)^2+\left(x+\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2x^2+4}$。

∵ $\cos A=\frac{OA}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\frac{2}{\sqrt{2x^2+4}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\frac{4}{2x^2+4}=\frac{1}{3}\Rightarrow x^2=4$。

又∵第二象限的点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上，∴ $-x=\frac{k}{x}\Rightarrow k=-x^2=-4$

故选 C。

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．

11．如果规定向东为正，那么向西即为负。汽车向东行驶 3 千米记作＋3 千米，向西行驶 2 千米应记作____▲____。

【答案】 －2 千米。

【考点】正数和负数。

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示。因此，

∵规定向东为正，向西为负，∴向西行驶 2 千米应记作－2 千米。

12．在一个布口袋里装有白、红、黑三种颜色的小球。它们除颜色外没有任何其他区别，其中白球 5 只、红球 3 只、黑球 1 只。袋中的球已经搅匀，闭上眼睛随机地从装中取出 1 只球，取出红球的概率是____▲____。

【答案】$\frac{5}{9}$。

【考点】概率。

【分析】根据概率的求法，找准两点：①全部等可能情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率。因此，根据题意，机地从装中取出 1 只球，取出红球的概率是 $\frac{5}{5+3+1}=\frac{5}{9}$。

13．把多项式分解因式：$ax^2-ay^2=$____▲____。

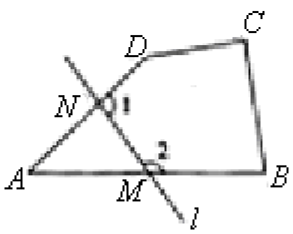
【答案】$a(x+x)(x-y)$。

【考点】提公因式法和应用公式法因式分解。

【分析】要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方公式或平方差公式，若是就考虑用公式法继续分解因式。因此，

先提取公因式 a 后继续应用平方差公式分解即可：$ax^2-ay^2=a\left(x^2-y^2\right)=a(x+x)(x-y)$。

14．如图，在四边形 ABCD 中，$\angle A=45^0$，直线 l 与边 AB、AD 分别相交于点 M、N。则$\angle 1+\angle 2=$____▲____。



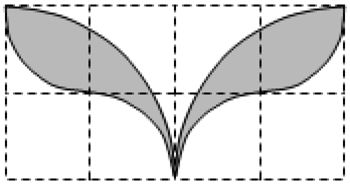
【答案】225^0。

【考点】三角形内角和定理，平角定义，整体思想的应用。

【分析】如图，$\because\angle A=45^0$，$\angle A+\angle ANM+\angle AMN=180^0$，$\therefore ANM+\angle AMN=180^0-\angle A=135^0$。

又$\because\angle 1+\angle 2+\angle ANM+\angle AMN=360^0$，$\therefore\angle 1+\angle 2=360^0-135^0=225^0$。

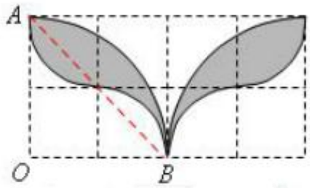
15．如图，小方格都是边长为 1 的正方形。则以格点为圆心，半径为 1 和 2 的两种弧围成的“叶状”阴影图案的面积为____▲____。



【答案】$2\pi-4$。

【考点】网格问题，轴对称和旋转对称的性质，扇形面积的计算。

【分析】如图，连接 AB，则根据轴对称和旋转对称的性质，从图中可知：



$$\text{阴影部分面积}=2\left(S_{\text{扇形}AOB}-S_{\triangle ABO}\right)$$

$$=2\left(\frac{90\pi\times 2^2}{360}-\frac{1}{2}\times 2\times 2\right)=2\pi-4。$$

16. 对非负实数 x“四舍五入”到个位的值记为<x>，即当 n 为非负整数时，若 $n-\frac{1}{2}\le x<n+\frac{1}{2}$，则<x>＝n，如<0.46>=0，<3.67>=4。给出下列关于<x>的结论：

①<1.493>=1；

②<2x>=2<x>；

③若 $\left\langle \frac{1}{2}x-1\right\rangle=4$，则实数 x 的取值范围是 $9\le x<11$；

④当 x≥0，m 为非负整数时，有 $\langle m+2013x\rangle=m+\langle 2013x\rangle$；

⑤ $\langle x+y\rangle=\langle x\rangle+\langle y\rangle$。

其中，正确的结论有___▲___（填写所有正确的序号）。

【答案】①③④。

【考点】新定义，解一元一次不等式组，特殊元素法和反证法的应用，整体思想和分类思想的应用。

【分析】①根据定义，∵ $0.5\le 1.493<1.5$，∴<1.493>=1。结论正确。

②用特例反证：∵<1.3>=1，<2×1.3>=<2.6>=3，∴<2×1.3>≠2<1.3>。

$\therefore <2x>=2<x>$不一定成立。结论错误。

③若$\left\langle \frac{1}{2}x-1 \right\rangle=4$，则$4-\frac{1}{2}\le\frac{1}{2}x-1<4+\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{9}{2}\le\frac{1}{2}x<\frac{11}{2}\Rightarrow 9\le x<11$。

∴实数 x 的取值范围是$9\le x<11$。结论正确。

④设 $2013x＝k＋b$，k 为 2013x 的整数部分，b 为其小数部分，

1）当$0\le b<\frac{1}{2}$时，$<2013x>=k$，

$m+2013x=(m+k)+b$，$m+k$ 为 $m+2013x$ 的整数部分，b 为其小数部分，$<m+2013x>=m+k$，

$\therefore <m+2013x>=m+<2013x>$。

2）当 $b\ge\frac{1}{2}$时，$<2013x>=k+1$，

则 $m+2013x=(m+k)+b$，$m+k$ 为 $m+2013x$ 的整数部分，b 为其小数部分，$<m+2013x>=m+k+1$，

$\therefore <m+2013x>=m+<2013x>$

综上：当 $x\ge0$，m 为非负整数时，$<m+2013x>=m+<2013x>$成立。结论正确。

⑤用特例反证：：$<0.6>+<0.7>=1+1=2$，而$<0.6+0.7>=<1.3>=1$，

$\therefore <0.6>+<0.7>\ne<0.6+0.7>$。$\therefore \langle x+y\rangle=\langle x\rangle+\langle y\rangle$不一定成立。结论错误。

综上所述，正确的结论有①③④。

三、本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分.

17．化简：$\left|-2\right|-4\sin 45^0+\left(-1\right)^{2013}+\sqrt{8}$。

【答案】解：原式$=2-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1+2\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}=1$。

.**【考点】**实数的运算，绝对值，特殊角的三角函数值，有理数的乘方，二次根式化简。

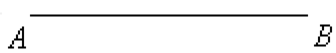
【分析】针对绝对值，特殊角的三角函数值，有理数的乘方，二次根式化简 4 个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

18．如图，已知线段 AB。

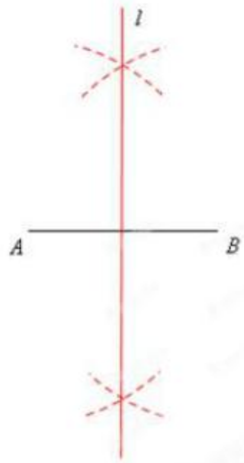
（1）用尺规作图的方法作出线段 AB 的垂直平分线 l（保留作图痕迹，不要求写出作法）;

（2）在（1）中所作的直线 l 上任意取两点 M、N（线段 AB 的上方），连接 AM、AN。BM、BN。

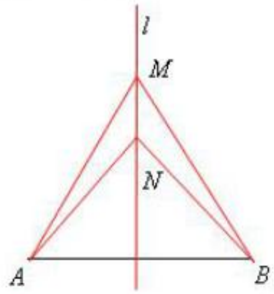
求证：∠MAN=∠MBN。



【答案】解：（1）作图如下：



（2）证明：根据题意作出图形如图，



∵点 M、N 在线段 AB 的垂直平分线 l 上，

∴AM=BM，AN=BN。

又 ∵MN=MN，∴△AMN≌△BMN（SSS）。

∴∠MAN=∠MBN。

【考点】尺规作图，线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质。

【分析】（1）根据线段垂直平分线的性质作图。

（2）根据线段垂直平分线上的点到线段两端距离相等的性质，可得 AM=BM，AN=BN。MN 是公共边，从而 SSS 可证得△AMN≌△BMN，进而得到∠MAN=∠MBN 的结论。

19．化简并求值：$\left(\frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}\right)\div\frac{2x-y}{x^2-y^2}$，其中 x、y 满足$|x-2|+(2x-y-3)^2=0$

【答案】解：原式$=\frac{x+y+x-y}{(x+y)(x-y)}\div\frac{2x-y}{(x+y)(x-y)}=\frac{2x}{(x+y)(x-y)}\cdot\frac{(x+y)(x-y)}{2x-y}=\frac{2x}{2x-y}$。

∵x、y 满足$|x-2|+(2x-y-3)^2=0$，∴$x-2=0$，$2x-y-3=0$，即$x=2$，$2x-y=3$

∴原式$=\frac{2\times2}{3}=\frac{4}{3}$。

【考点】分式的化简求值，绝对值和偶次幂的非负数性质，整体思想的应用。

【分析】先将括号里面的通分后，将除法转换成乘法，约分化简；根据绝对值和偶次幂的非负数性质求得$x=2$，$2x-y=3$，整体代入求值。

四、本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分。其中第 22 题为选做题。

20．中学生带手机上学的现象越来越受到社会的关注，为此，某记者随机调查了某城区若干名学生家长对这种现象的态度（态度分为：A.无所谓；B.基本赞成；C. 赞成；D.反对），并将调查结果绘制成频数折线图 1 和统计图 2（不完整）。请根据图中提供的信息，解答下列问题：

（1）此次抽样检查中，共调查了___▲___名学生家长；

（2）将图 1 补充完整；

（3）根据抽样检查的结果，请你估计该市城区 6000 名中学生家长中有多少名家长持反对态度？

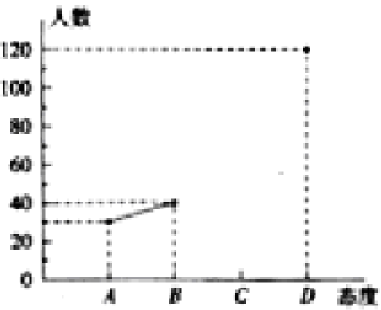


图1

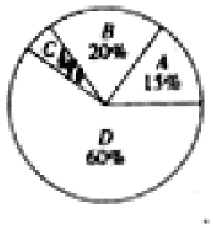
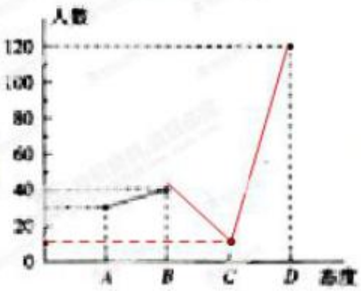


图2

【答案】解：（1）200。

（2）将图 1 补充完整如下：



（3）∵样本中持反对态度的占 60%，

∴估计该市城区 6000 名中学生家长中持反对态度有 6000×60%=3600（名）。

答：估计该市城区 6000 名中学生家长中有 3600 名家长持反对态度。

【考点】折线统计图，扇形统计图，频数、频率和总量的关系，用样本估计总体。

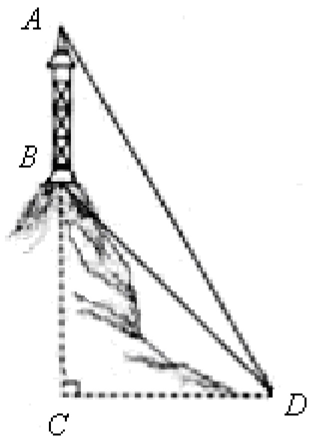
【分析】（1）根据总量=频数÷频率，由 B 的数据可得此次抽样检查中，调查的学生家长数：40÷20%=200（名）。

（2）∵C 人数为：$200\times(1-15\%-20\%-60\%)=10$（名）。

∴根据以上数据将图 1 补充完整。

（3）用样本估计总体即可。

21．如图，山顶有一铁塔 AB 的高度为 20 米，为测量山的高度 BC，在山脚 D 处测得塔顶 A 和塔基 B 的仰角分别为 60^0 和 45^0。求山的高度 BC（结果保留根号）。



【答案】解：（1）设山的高度 BC 为 x 米，

根据题意，∠BDC=45°，∴CD=BC= x。

又∵AB=20，∴AC= x＋20。

∵∠ADC=60°，∴ $\tan\angle ADC=\frac{AC}{CD}$，即 $\sqrt{3}=\frac{x+20}{x}$。

解得 $x=\frac{20}{\sqrt{3}-1}=\frac{20\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=10\left(\sqrt{3}+1\right)$。

答：山的高度 BC 为 $10\left(\sqrt{3}+1\right)$米。

【考点】解直角三角形的应用（仰角俯角问题），锐角三角函数定义，特殊角的三角函数值，二次根式化简。

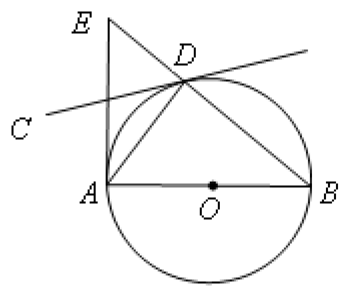
【分析】应用三角形函数列式求解。

22．选做题：从甲、乙两题中选做一题，如果两题都做，只以甲题计分。

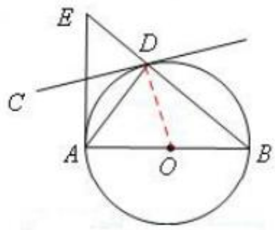
题甲：如图，AB 是⊙O 的直径，经过圆上点 D 的直线 CD 恰∠ADC=∠B。

（1）求证：直线 CD 是⊙O 的的切线；

（2）过点 A 作直线 AB 的垂线交 BD 的延长线于点 E，且 AB= $\sqrt{5}$，BD=2，求线段 AE 的长。



【答案】解：（1）证明：连接 OD，



∵OB=OD，∴∠ODB=∠B。

又∵∠ADC=∠B，∴∠ODB=∠ADC。

∵AB 是⊙O 的直径，∴∠ADB=90⁰。

∴∠ODC=∠ADC ＋∠ADO= ∠ODB＋∠ADO= ∠ADB=90⁰。

又 ∵OD 是⊙O 的半径，∴直线 CD 是⊙O 的的切线。

BC=OC－OB=30－20=10（千米）。

（2）在 Rt△ABD 中，∵AB=$\sqrt{5}$，BD=2，∴根据勾股定理得 AD=1。

∵AE⊥AB，∴∠EAB=90⁰。∴∠EAB=∠ADB =90⁰。

又∵∠B=∠B，∴△ABD∽△EBA。∴ $\frac{AE}{DA}=\frac{BD}{BA}$，即 $\frac{AE}{1}=\frac{2}{\sqrt{5}}$。∴ $AE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$。

【考点】等腰三角形的性质，圆周角定理，切线的判定，勾股定理，相似三角形的判定和性质。

【分析】（1）连接 OD，只要证明∠ODC=∠ADC ＋∠ADO= ∠ODB＋∠ADO= ∠ADB=90⁰即可。

（2）根据勾股定理求得 AD=1，则由△ABD∽△EBA 可列比例式求解。

题乙：已知关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} x-2y=m & ① \\ 2x+3y=2m+4 & ② \end{cases}$ 的解满足不等式组 $\begin{cases} 3x+y\le 0 \\ x+5y>0 \end{cases}$。求满足条件的 m 的整数值。

【答案】解：由关于 x、y 的方程组①＋②，得 $3x+y=3m+4$③；②－①，得 $x+5y=m+4$④。

∵关于 x、y 的方程组 $\begin{cases} x-2y=m & ① \\ 2x+3y=2m+4 & ② \end{cases}$ 的解满足不等式组 $\begin{cases} 3x+y\le 0 \\ x+5y>0 \end{cases}$，

∴将③④代入不等式组，得 $\begin{cases} 3m+4\le 0 \\ m+4>0 \end{cases}$，解得 $-4<m\le -\frac{4}{3}$。

∴满足条件的 m 的整数值为：－3，－2。

【考点】方程组和不等式组的解，解一元一次不等式组，整体思想的应用。

【分析】将方程组通过①＋②和②－①变形后整体代入不等式组，化为一元一次不等式组，解一元一次不等式组，先求出不等式组中每一个不等式的解集，再利用口诀求出这些解集的公共部分：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小解不了（无解）。最后求出满足条件的 m 的整数值。

五、本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分

23．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$。

（1）求证：方程有两个不相等的实数根；

（2）若△ABC 的两边 AB、AC 的长是方程的两个实数根，第三边 BC 的长为 5。当△ABC 是等腰三角形时，求 k 的值。

【答案】解：（1）∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$ 中，$a=1$，$b=-(2k+1)$，$c=k^2+k$，

∴$\Delta=b^2-4ac=\left[-(2k+1)\right]^2-4\cdot1\cdot(k^2+k)=1>0$。

∴方程有两个不相等的实数根。

（2）∵由 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$，得 $(x-k)\left[x-(k+1)\right]=0$，

∴方程的两个不相等的实数根为 $x_1=k$，$x_2=k+1$。

∵△ABC 的两边 AB、AC 的长是方程的两个实数根，第三边 BC 的长为 5，

∴有两种情况：

情况 1：$x_1=k=5$，此时 $k=5$，满足三角形构成条件；

情况 2：$x_2=k+1=5$，此时 $k=4$，满足三角形构成条件。

综上所述，$k=4$ 或 $k=5$。

【考点】一元二次方程根的判别式，解一元二次方程，等腰三角形的判定，分类思想的应用。

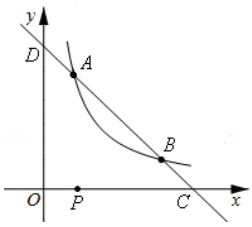
【分析】（1）根据关于 x 的一元二次方程根的判别式大于 0 即可证明结论。

（2）求出方程的根，根据等腰三角形的判定分类求解。

24．如图，已知直线 $y=4-x$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}\left(m>0,\ x>0\right)$ 的图象交于 A、B 两点，与 x 轴、y 轴分别相交于 C、D 两点。

（1）如果点 A 的横坐标为 1，利用函数图象求关于 x 的不等式 $4-x<\frac{m}{x}$ 的解集；

（2）是否存在以 AB 为直径的圆经过点 P（1，0）？若存在，求出 m 的值；若不存在，请说明理由。



【答案】解：（1）将点 A 的横坐标 1 代入 $y=4-x$，得点 A 的纵坐标为 3，∴A（1，3）。

将 A（1，3）代入 $y=\frac{m}{x}$，得 $m=3$，∴反比例函数解析式为 $y=\frac{3}{x}$。

联立 $\begin{cases} y=4-x \\ y=\frac{3}{x} \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$。∴B（3，1）。

∵关于 x 的不等式 $4-x<\frac{m}{x}$ 的解集，就是 $y=4-x$ 的图象在 $y=\frac{m}{x}(m>0,\ x>0)$ 的图象下方时 x 的取值范围，

∴由函数图象知，关于 x 的不等式 $4-x<\frac{m}{x}$ 的解集为 $0<x<1$ 或 $x>3$。

（2）存在。

六、本大题共 2 小题，第 25 题 12 分，第 26 题 13 分，共 25 分.

25．阅读下列材料：

如图 1，在梯形 ABCD 中，AD∥BC，点 M、N 分别在边 AB、BC 上，且 MN∥AD，记 AD=a，BC=b，若 $\frac{AM}{MB}=\frac{m}{n}$，则有结论：$MN=\frac{bm+an}{m+n}$。

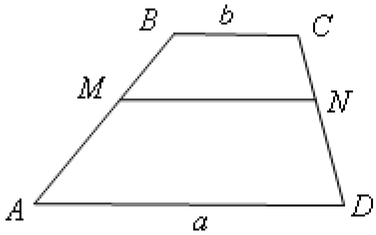


图1

请根据以上结论，解答下列问题：

如图 2，3，BE、CF 是△ABC 的两条角平分线，过 EF 上一点 P 分别作△ABC 三边的垂线段 PP_1、PP_2、PP_3，交 BC 于点 P_1，交 AB 于点 P_2，交 AC 于点 P_3。

（1）若点 P 为线段 EF 的中点，求证：$PP_1=PP_2+PP_3$；

（2）若点 P 在线段 EF 上任意位置时，试探究 PP_1、PP_2、PP_3 的数量关系，给出证明。

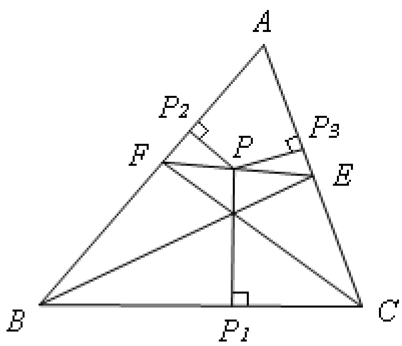


图2

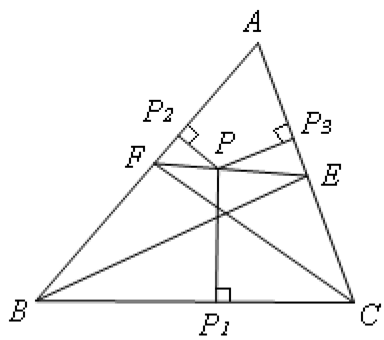
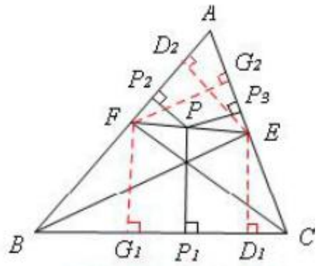


图3

【答案】解：（1）证明：如图，过点 E 作 $ED_1 \perp BC$ 于 D_1，$ED_2 \perp AB$ 于 D_2，



∵BE 是∠ABC 的角平分线，∴$ED_1=ED_2$。

∵点 P 为线段 EF 的中点，且 $PP_2 \perp AB$，

∴$PP_2 // ED_2$。∴$PP_2=\frac{1}{2}ED_2$。∴$PP_2=\frac{1}{2}ED_1$，即$ED_1=2PP_2$。

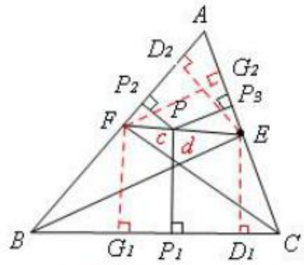
同理，过点F作$FG_1 \perp BC$于G_1，$FG_2 \perp AC$于G_2，得$FG_1=2PP_3$。

在梯形 EFG_1D_1 中，∵公式 $MN=\frac{bm+an}{m+n}$ 中，m=n，

∴ $MN=\frac{b+a}{2}$（梯形中位线定理）。

∴ $PP_1=\frac{1}{2}(ED_1+FG_1)=\frac{1}{2}(2PP_2+2PP_3)=PP_2+PP_3$。

（2）$PP_1=PP_2+PP_3$。证明如下：



如图，过点 E 作 $ED_1 \perp BC$ 于 D_1，$ED_2 \perp AB$ 于 D_2，过点 F 作 $FG_1 \perp BC$ 于 G_1，$FG_2 \perp AC$ 于 G_2，

设 $\frac{PF}{PE}=\frac{c}{d}$，则梯形 EFG_1D_1 满足公式 $MN=\frac{bm+an}{m+n}$，

∴ $PP_1=\frac{FG_1 \cdot d+ED_1 \cdot c}{c+d}$　　①。

公式 $MN=\frac{bm+an}{m+n}$ 中，当 b=0 时，原梯形变为三角形，

∴ $MN=\frac{an}{m+n}$。

∴ $PP_2=\frac{ED_2 \cdot c}{c+d}$，$PP_3=\frac{FG_2 \cdot d}{c+d}$。

26．如图 1，已知抛物线 C 经过原点，对称轴 $x=-3$ 与抛物线相交于第三象限的点 M，与 x 轴相交于点 N，且 $\tan\angle MON=3$。

（1）求抛物线 C 的解析式；

（2）将抛物线 C 绕原点 O 旋转 180^0 得到抛物线 C'，抛物线 C' 与 x 轴的另一交点为 A，B 为抛物线 C' 上横坐标为 2 的点。

①若 P 为线段 AB 上一动点，PD⊥y 轴于点 D，求△APD 面积的最大值；

②过线段 OA 上的两点 E、F 分别作 x 轴的垂线，交折线 O－B－A 于 E_1、F_1，再分别以线段 EE_1、FF_1 为边作如图 2 所示的等边△AE_1E_2、等边△AF_1F2，点 E 以每秒 1 个长度单位的速度从点 O 向点 A 运动，点 F 以每秒 1 个长度单位的速度从点 A 向点 O 运动，当△AE_1E_2 有一边与△AF_1F_2 的某一边在同一直线上时，求时间 t 的值。

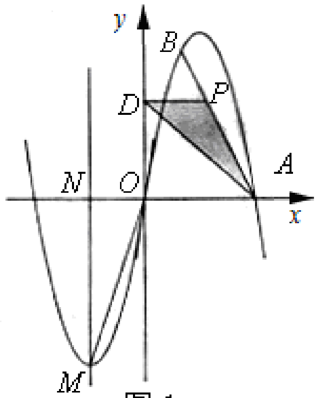


图 1

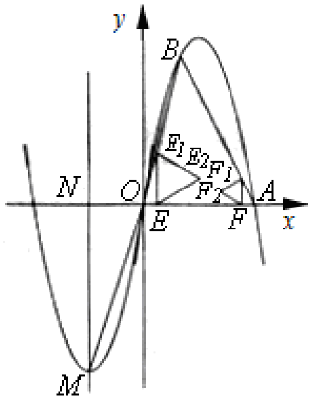


图 2

【答案】解：(1) ∵抛物线的对称轴为$x=-3$，∴ON=3。

∵$\tan\angle MON=3$，∴NM=9。∴M（−3，−9）。

∴设抛物线C的解析式为$y=a(x+3)^2-9$。

∵抛物线C经过原点，∴$0=a(0+3)^2-9$，即$a=1$。

∴抛物线C的解析式为$y=(x+3)^2-9$，即$y=x^2+6x$。

(2) ①∵抛物线C′由抛物线C绕原点O旋转180°得到，

∴抛物线C′与抛物线C关于原点O对称。∴抛物线C′的顶点坐标为（3，9）。

∴抛物线C′的解析式为$y=-(x-3)^2+9$，即$y=-x^2+6x$。

∵令y=0，得x=0或x=6，∴A（6，0）。

又∵B为抛物线C′上横坐标为2的点，∴令x=2，得y=8。∴B（2，8）。

设直线AB的解析式为y=kx+b，

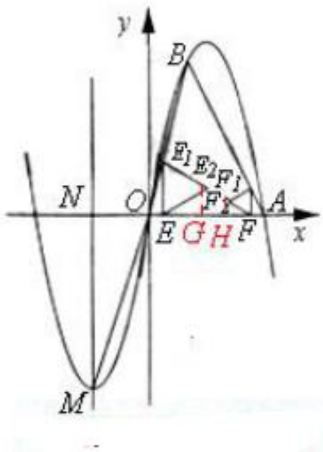
则$\begin{cases}6k+b=0\\2k+b=8\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-2\\b=12\end{cases}$。

∴直线AB的解析式为$y=-2x+12$。

∵P为线段AB上一动点，∴设$P(p,\ -2p+12)$。

∴$S_{\triangle APD}=\frac{1}{2}\cdot p\cdot(-2p+12)=-p^2+6p=-(p-3)^2+9$。

∴△APD面积的最大值为9。



②如图，分别过E_2、F_2作x轴的垂线，垂足分别为G、H，

易求直线OB：$y=4x$，由①直线AB：$y=-2x+12$。

当$0<t\le2$时，E_1在OB上，F_1在AB上，

$OE=t$，$EE_1=4t$，$EG=2\sqrt{3}t$，$OG=2\sqrt{3}t+t$，$GE_2=2t$；

$OF=6-t$，$FF_1=2t$，$HF=\sqrt{3}t$，$OH=6-t-\sqrt{3}t$，$HF_2=t$。

∴E（t，0），E_1（t，4t），E_2（$2\sqrt{3}t+t$，2t），F（6−t，0），

F_1（$6-t$，$2t$），F_2（$6-t-\sqrt{3}t$，t）。

i）若 EE_1 与 FF_1 在同一直线上，由 $t=6-t$，$t=3$，不符合 $0<t\le 2$；

ii）若 EE_2 与 F_1F_2 在同一直线上，易求得 EE_2：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{\sqrt{3}}{3}t$，将 F_1（$6-t$，$2t$）代入，得 $2t=\frac{\sqrt{3}}{3}(6-t)-\frac{\sqrt{3}}{3}t$，解得 $t=\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$；

iii）若 E_1E_2 与 FF_2 在同一直线上，易求得 E_1E_2：$y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+4t+\frac{\sqrt{3}}{3}t$，将 F（$6-t$，0）代入，得 $t=\frac{6\sqrt{3}-3}{10}$。

当 $2<t\le 4$ 时，E_1、F_1 都在 AB 上，

$OE=t$，$EE_1=12-2t$，$EG=6\sqrt{3}-\sqrt{3}t$，$OG=6\sqrt{3}-\sqrt{3}t+t$，$GE_2=6-t$；

$OF=6-t$，$FF_1=2t$，$HF=\sqrt{3}t$，$OH=6-t-\sqrt{3}t$，$HF_2=t$。

∴E（t，0），E_1（t，$12-2t$），E_2（$6\sqrt{3}-\sqrt{3}t+t$，$6-t$），F（$6-t$，0），F_1（$6-t$，$2t$），F_2（$6-t-\sqrt{3}t$，t）。

i）若 EE_1 与 FF_1 在同一直线上，由 $t=6-t$，$t=3$；

ii）若 EE_2 与 F_1F_2 在同一直线上，易求得 EE_2：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-\frac{\sqrt{3}}{3}t$，将 F_1（$6-t$，$2t$）代入，得 $2t=\frac{\sqrt{3}}{3}(6-t)-\frac{\sqrt{3}}{3}t$，解得 $t=\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$，不符合 $2<t\le 4$；

iii）E_1E_2 与 FF_2 已在 $0<t\le 2$ 时在同一直线上，故当 $2<t\le 4$ 时 E_1E_2 与 FF_2 不可能在同一直线上。

当 $4<t<6$ 时，由上面讨论的结果，$\triangle AE_1E_2$ 的一边与 $\triangle AF_1F_2$ 的某一边不可能在同一直线上。

综上所述，当 $\triangle AE_1E_2$ 有一边与 $\triangle AF_1F_2$ 的某一边在同一直线上时，$t=\frac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$ 或 $t=\frac{6\sqrt{3}-3}{10}$ 或 $t=3$。

【考点】 二次函数综合题，单动点、旋转和平移问题，待定系数法，曲线上点的坐标与方程的关系，锐角三角函数定义，特殊角的三角函数值，旋转和平移的性质，二次函数的最值，等边三角形的性质，无理数的大小比较，分类思想的应用。

【分析】（1）根据 $\tan\angle MON=3$ 求出顶点 M 的坐标，利用待定系数法求出二次函数解析式即可。

（2）①求出 $\triangle APD$ 面积关于点 P 横坐标的函数关系式，应用二次函数的最值原理求解。

②分 $0<t\le 2$，$2<t\le 4$ 和 $4<t<6$ 三种情况讨论，每种情况又分 EE_1 与 FF_1 在同一直线上，EE_2 与 F_1F_2 在同一直线和 E_1E_2 与 FF_2 在同一直线上三种情况讨论。