

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 全卷满分 120 分, 考试时间为 120 分钟, 考生答题全部答在答题卡上, 答在本试卷上无效.
2. 请认真核对监考教师在答题卡上所粘贴条形码的姓名、考试证号是否与本人相符合, 再将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡及本试卷上.
3. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑, 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡上的指定位置, 在其他位置答题一律无效.
4. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 填写清楚.

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是



A.



B.



C.



D.

2. 计算 $(-a^2)^3$ 的结果是

- A. a^5 B. $-a^5$ C. a^6 D. $-a^6$
3. 若 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 1:2, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为

- A. 1:2 B. 2:1 C. 1:4 D. 4:1

4. 下列无理数中, 在 -2 与 1 之间的是

- A. $-\sqrt{5}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$
5. 8 的平方根是

- A. 4 B. ± 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $\pm 2\sqrt{2}$

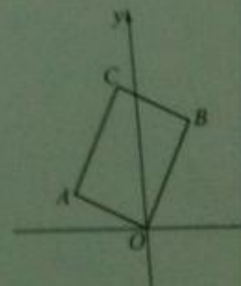
6. 如图, 在矩形 $AOBC$ 中, 点 A 的坐标是 $(-2, 1)$, 点 C 的纵坐标是 4, 则 B, C 两点的坐标分别是

A. $(\frac{3}{2}, 3), (-\frac{2}{3}, 4)$

B. $(\frac{3}{2}, 3), (-\frac{1}{2}, 4)$

C. $(\frac{7}{4}, \frac{7}{2}), (-\frac{2}{3}, 4)$

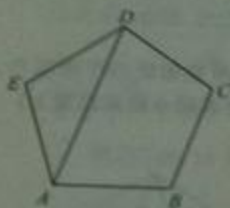
D. $(\frac{7}{4}, \frac{7}{2}), (-\frac{1}{2}, 4)$



(第 6 题)

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

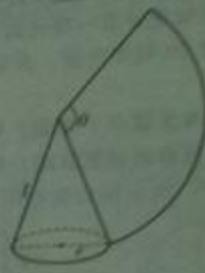
7. -2 的相反数是 $\blacktriangle$; -2 的绝对值是 $\blacktriangle$.
8. 截止 2013 年底, 中国高速铁路运营里程达到 11000 km, 居世界首位. 将 11000 用科学记数法表示为 $\blacktriangle$.
9. 使式子 $1+\sqrt{x}$ 有意义的 x 的取值范围是 $\blacktriangle$.
10. 2014 年南京青奥会某项目 6 名礼仪小姐的身高如下 (单位: cm): 165, 166, 165, 167, 169, 168, 则她们的身高的众数是 $\blacktriangle$ cm, 极差是 $\blacktriangle$ cm.
11. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(-2, 3)$, 则当 $x=-3$ 时, $y=\blacktriangle$.
12. 如图, AD 是正五边形 $ABCDE$ 的一条对角线, 则 $\angle BAD=\blacktriangle^\circ$.



(第 12 题)



(第 13 题)



(第 14 题)

13. 如图, 在 $\odot O$ 中, CD 是直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 E , 连接 BC . 若 $AB=2\sqrt{2}$ cm, $\angle BCD=22^\circ 30'$, 则 $\odot O$ 的半径为 $\blacktriangle$ cm.
14. 如图, 沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到一个扇形. 若圆锥的底面圆的半径 $r=2$ cm, 扇形的圆心角 $\theta=120^\circ$, 则该圆锥的母线长 l 为 $\blacktriangle$ cm.
15. 铁路部门规定旅客免费携带行李箱的长、宽、高之和不超过 160 cm. 某厂家生产符合该规定的行李箱, 已知行李箱的高为 30 cm, 长与宽的比为 3:2, 则该行李箱的长的最大值为 $\blacktriangle$ cm.
16. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表:

x	$\cdots$	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	10	5	2	1	2	$\cdots$

则当 $y < 5$ 时, x 的取值范围是 $\blacktriangle$.

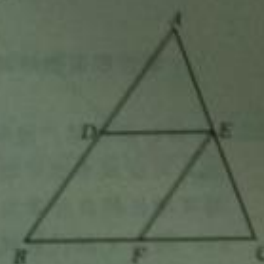
三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 解不等式组
$$\begin{cases} 5x \geq x+2, \\ 4x-2 < x+4. \end{cases}$$

18. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{4}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}$, 其中 $a=1$.

19. (8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 交 BC 于点 F .

- (1) 求证: 四边形 $DBFE$ 是平行四边形;
- (2) 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时, 四边形 $DBFE$ 是菱形? 为什么?



(第 19 题)

20. (8 分) 从甲、乙、丙 3 名同学中随机抽取环保志愿者, 求下列事件的概率:

- (1) 抽取 1 名, 恰好是甲;
- (2) 抽取 2 名, 甲在其中.

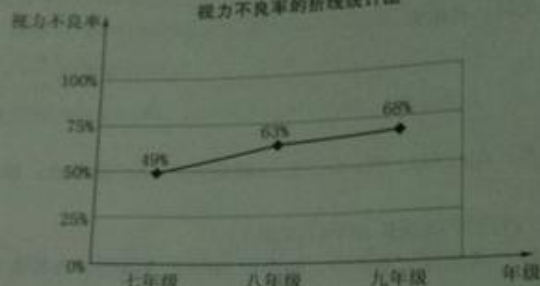
21. (8分) 为了了解某市 120 000 名初中学生的视力情况，某校数学兴趣小组收集有关数据，并进行整理分析。

(1) 小明在眼镜店调查了 1 000 名初中学生的视力，小刚在邻居中调查了 20 名初中学生的视力，他们的抽样是否合理？请说明理由。

(2) 该校数学兴趣小组从该市七、八、九年级各随机抽取了 1 000 名学生进行调查，整理他们的视力情况数据，得到如下的折线统计图。

某市七、八、九年级各抽取的 1 000 名学生

视力不良率的折线统计图



(第 21 题)

请你根据抽样调查的结果，估计该市 120 000 名初中学生视力不良的人数是多少？

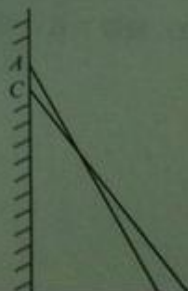
22. (8分) 某养殖户每年的养殖成本包括固定成本和可变成本，其中固定成本每年均为 4 万元，可变成本逐年增长。已知该养殖户第 1 年的可变成本为 2.6 万元，设可变成本平均每年增长的百分率为 x 。

(1) 用含 x 的代数式表示第 3 年的可变成本为 ▲ 万元；

(2) 如果该养殖户第 3 年的养殖成本为 7.146 万元，求可变成本平均每年增长的百分率 x 。

23. (8分) 如图，梯子斜靠在与地面垂直（垂足为 O ）的墙上。当梯子位于 AB 位置时，它与地面所成的角 $\angle ABO = 60^\circ$ ；当梯子底端向右滑动 1 m（即 $BD = 1$ m）到达 CD 位置时，它与地面所成的角 $\angle CDO = 51^\circ 18'$ ，求梯子的长。

(参考数据： $\sin 51^\circ 18' \approx 0.780$ ， $\cos 51^\circ 18' \approx 0.625$ ， $\tan 51^\circ 18' \approx 1.248$)

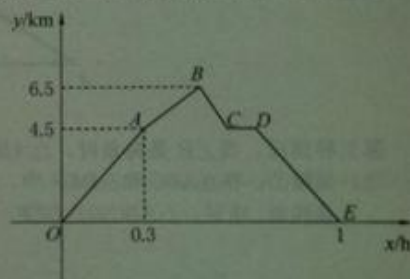


24. (8分) 已知二次函数 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3$ (m 是常数).

- (1) 求证: 不论 m 为何值, 该函数的图象与 x 轴没有公共点;
- (2) 把该函数的图象沿 y 轴向下平移多少个单位长度后, 得到的函数的图象与 x 轴只有一个公共点?

25. (9分) 从甲地到乙地, 先是一段平路, 然后是一段上坡路. 小明骑车从甲地出发, 到达乙地后立即原路返回甲地, 途中休息了一段时间. 假设小明骑车在平路、上坡、下坡时分别保持匀速前进. 已知小明骑车上坡的速度比在平路上的速度每小时少 5 km, 下坡的速度比在平路上的速度每小时多 5 km. 设小明出发 x h 后, 到达离甲地 y km 的地方, 图中的折线 $OABCDE$ 表示 y 与 x 之间的函数关系.

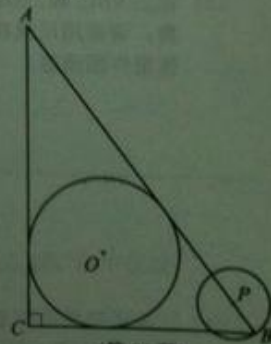
- (1) 小明骑车在平路上的速度为 ▲ km/h; 他途中休息了 ▲ h;
- (2) 求线段 AB 、 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 如果小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 0.15 h, 那么该地点离甲地多远?



(第 25 题)

26. (8分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆.

- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 点 P 从点 B 沿边 BA 向点 A 以 1 cm/s 的速度匀速运动, 以 P 为圆心, PB 长为半径作圆. 设点 P 运动的时间为 t s. 若 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切, 求 t 的值.



(第 26 题)

27. (11分) 【问题提出】

学习了三角形全等的判定方法（即“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”）和直角三角形全等的判定方法（即“HL”）后，我们继续对“两个三角形满足两边和其中一边的对角对应相等”的情形进行研究。

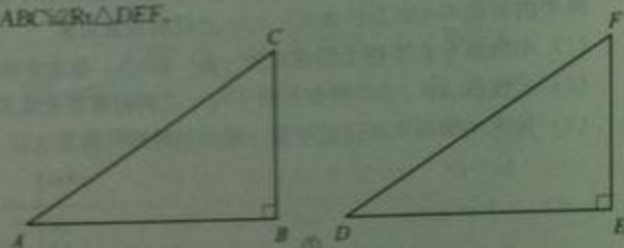
【初步思考】

我们不妨将问题用符号语言表示为：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ 。然后，对 $\angle B$ 进行分类，可分为“ $\angle B$ 是直角、钝角、锐角”三种情况进行探究。

【深入探究】

第一种情况：当 $\angle B$ 是直角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

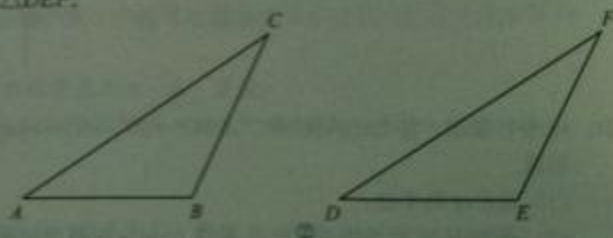
(1) 如图①，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ，根据 HL，可以知道 $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ 。



(第27题)

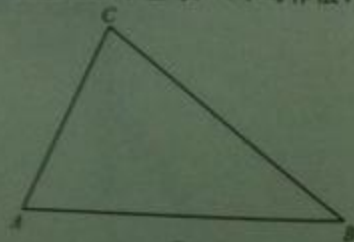
第二种情况：当 $\angle B$ 是钝角时， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

(2) 如图②，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是钝角，求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。



第三种情况：当 $\angle B$ 是锐角时， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 不一定全等。

(3) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，请你用尺规在图③中作出 $\triangle DEF$ ，使 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 不全等。（不写作法，保留作图痕迹）



(4) $\angle B$ 还要满足什么条件，就可以使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ？请直接填写结论。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $AC=DF$ ， $BC=EF$ ， $\angle B=\angle E$ ，且 $\angle B$ 、 $\angle E$ 都是锐角，若 $\angle A=\angle D$ ，则 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。

南京市 2014 年初中毕业生学业考试

数学试题参考答案及评分标准

说明：本评分标准每题给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解法不同，参照本评分标准的精神给分。

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	D	C	B	D	B

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7. 2; 2 8. 1.1×10^4 9. $x \geq 0$ 10. 168; 3 11. 2
12. 72 13. 2 14. 6 15. 78 16. $0 < x < 4$

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分）

17.（本题 6 分）

解：解不等式①，得 $x \geq 1$.

解不等式②，得 $x < 2$.

所以，不等式组的解集是 $1 \leq x < 2$ 6 分

18.（本题 6 分）

$$\begin{aligned} \text{解：} & \frac{4}{a^2-4} - \frac{1}{a-2} \\ &= \frac{4}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{4-(a+2)}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{2-a}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{-(a-2)}{(a+2)(a-2)} \\ &= -\frac{1}{a+2}. \end{aligned}$$

当 $a=1$ 时，原式 $= -\frac{1}{1+2} = -\frac{1}{3}$ 6 分

19.（本题 8 分）

证明：（1） $\because$ D、E 分别是 AB、AC 的中点，即 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE \parallel BC$.

又 $\because EF \parallel AB$ ，

$\therefore$ 四边形 DBFE 是平行四边形. 4 分

(2) 本题答案不惟一, 下列解法供参考.
当 $AB=BC$ 时, 四边形 $DBFE$ 是菱形.

$\because D$ 是 AB 的中点,

$$\therefore BD = \frac{1}{2} AB.$$

$\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC.$$

$\because AB=BC,$

$$\therefore BD=DE.$$

又 $\because$ 四边形 $DBFE$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $DBFE$ 是菱形. 8 分

20. (本题 8 分)

解: (1) 从甲、乙、丙 3 名同学中随机抽取 1 名环保志愿者, 恰好是甲的概率是 $\frac{1}{3}$ 3 分

(2) 从甲、乙、丙 3 名同学中随机抽取 2 名环保志愿者, 所有可能出现的结果有: (甲, 乙)、(甲, 丙)、(乙, 丙), 共有 3 种, 它们出现的可能性相同. 所有的结果中, 满足“甲在其中”(记为事件 A) 的结果只有 2 种, 所以 $P(A) = \frac{2}{3}$ 8 分

21. (本题 8 分)

解: (1) 他们的抽样都不合理.

因为如果 1 000 名初中学生全部在眼镜店抽取, 那么该市每个学生被抽到的机会不相等, 样本不具有代表性; 如果只抽取 20 名初中学生, 那么样本的容量过小, 样本不具有广泛性. 4 分

$$(2) \frac{1000 \times 49\% + 1000 \times 63\% + 1000 \times 68\%}{1000 + 1000 + 1000} \times 120000 = 72000 \text{ (名)}.$$

答: 估计该市 120 000 名初中学生视力不良的人数是 72 000 名. 8 分

22. (本题 8 分)

解: (1) $2.6(1+x)^2$ 4 分

(2) 根据题意, 得 $4 + 2.6(1+x)^2 = 7.146$.

解这个方程, 得 $x_1 = 0.1$, $x_2 = -2.1$ (不合题意, 舍去).

答: 可变成成本平均每年增长的百分率是 10%. 8 分

23. (本题 8 分)

解: 设梯子的长为 x m.

$$\text{在 Rt}\triangle ABO \text{ 中, } \cos \angle ABO = \frac{OB}{AB}, \therefore OB = AB \cdot \cos \angle ABO = x \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} x.$$

$$\text{在 Rt}\triangle CDO \text{ 中, } \cos \angle CDO = \frac{OD}{CD}, \therefore OD = CD \cdot \cos \angle CDO = x \cdot \cos 51^\circ 18' \approx 0.625 x.$$

$$\therefore BD = OD - OB,$$

$$\therefore 0.625 x - \frac{1}{2} x = 1.$$

解得 $x = 8$.

答: 梯子的长约为 8 m. 8 分

24. (本题8分)

(1) 证法一: 因为 $(-2m)^2 - 4(m^2 + 3) = -12 < 0$,

所以, 方程 $x^2 - 2mx + m^2 + 3 = 0$ 没有实数根.

所以, 不论 m 为何值, 函数 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3$ 的图象与 x 轴没有公共点. 4分

证法二: 因为 $a = 1 > 0$, 所以该函数的图象开口向上.

又因为 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3 = (x - m)^2 + 3 \geq 3$,

所以该函数的图象在 x 轴的上方.

所以, 不论 m 为何值, 该函数的图象与 x 轴没有公共点. 4分

(2) 解: $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3 = (x - m)^2 + 3$.

把函数 $y = (x - m)^2 + 3$ 的图象沿 y 轴向下平移 3 个单位长度后, 得到函数 $y = (x - m)^2$ 的图象, 它的顶点坐标是 $(m, 0)$, 因此, 这个函数的图象与 x 轴只有一个公共点.

所以, 把函数 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 3$ 的图象沿 y 轴向下平移 3 个单位长度后, 得到的函数的图象与 x 轴只有一个公共点. 8分

25. (本题9分)

解: (1) 15; 0.1. 2分

(2) 因为小明骑车在平路上的速度为 15 km/h, 所以小明骑车上坡的速度为 10 km/h, 下坡的速度为 20 km/h.

由图象可知, 小明骑车上坡所用的时间是 $\frac{6.5 - 4.5}{10} = 0.2$ (h), 下坡所用的时间

是 $\frac{6.5 - 4.5}{20} = 0.1$ (h). 所以, B 、 C 两点的坐标分别是 $(0.5, 6.5)$ 、 $(0.6, 4.5)$.

当 $x = 0.3$ 时, $y = 4.5$, 所以线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 4.5 + 10(x - 0.3)$, 即 $y = 10x + 1.5$ ($0.3 \leq x \leq 0.5$); 当 $x = 0.5$ 时, $y = 6.5$,

所以线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 6.5 - 20(x - 0.5)$, 即 $y = -20x + 16.5$ ($0.5 \leq x \leq 0.6$). 6分

(3) 小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 0.15 h, 根据题意, 这个地点只能在坡路上. 设小明第一次经过该地点的时间为 t h, 则第二次经过该地点的时间为 $(t + 0.15)$ h.

根据题意, 得 $10t + 1.5 = -20(t + 0.15) + 16.5$.

解得 $t = 0.4$.

所以 $y = 10 \times 0.4 + 1.5 = 5.5$.

答: 该地点离甲地 5.5 km. 9分

26. (本题 8 分)

解: (1) 如图①, 设 $\odot O$ 与 AB 、 BC 、 CA 的切点分别是 D 、 E 、 F , 连接 OD 、 OE 、 OF .

则 $AD=AF$, $BD=BE$, $CE=CF$.

$\because \odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆,

$\therefore OF \perp AC$, $OE \perp BC$, 即 $\angle OFC = \angle OEC = 90^\circ$.

又 $\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $CEOF$ 是矩形.

又 $\because OE = OF$,

$\therefore$ 四边形 $CEOF$ 是正方形.

设 $\odot O$ 的半径为 r cm, 则 $FC = EC = OE = r$ cm.

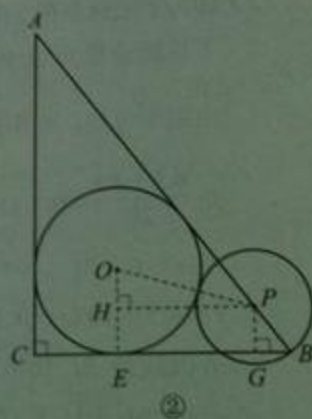
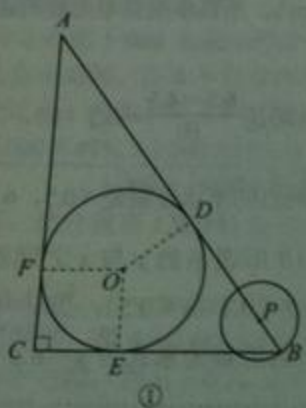
在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$ cm, $BC = 3$ cm,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$ cm.

$\because AD = AF = AC - FC = 4 - r$, $BD = BE = BC - EC = 3 - r$,

$\therefore 4 - r + 3 - r = 5$.

解得 $r = 1$, 即 $\odot O$ 的半径为 1 cm. 3 分



(2) 过点 P 作 $PG \perp BC$, 垂足为 G .

$\because \angle PGB = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore PG \parallel AC$.

$\therefore \triangle PBG \sim \triangle ABC$.

$\therefore \frac{PG}{AC} = \frac{BG}{BC} = \frac{BP}{BA}$.

又 $\because BP = t$,

$\therefore PG = \frac{4}{5}t$, $BG = \frac{3}{5}t$.

若 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切, 则可分为两种情况: $\odot P$ 与 $\odot O$ 外切, $\odot P$ 与 $\odot O$ 内切.

如图②, 当 $\odot P$ 与 $\odot O$ 外切时, 连接 OP , 则 $OP=1+t$.

过点 P 作 $PH \perp OE$, 垂足为 H .

$\therefore \angle PHE = \angle HEG = \angle PGE = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $PHEG$ 是矩形.

$\therefore HE = PG, PH = GE$.

$\therefore OH = OE - HE = 1 - \frac{4}{5}t, PH = GE = BC - EC - BG = 3 - 1 - \frac{3}{5}t = 2 - \frac{3}{5}t$.

在 $Rt\triangle OPH$ 中, 由勾股定理, 得 $(1 - \frac{4}{5}t)^2 + (2 - \frac{3}{5}t)^2 = (1+t)^2$.

解得 $t = \frac{2}{3}$.

如图③, 当 $\odot P$ 与 $\odot O$ 内切时, 连接 OP , 则 $OP=t-1$.

过点 O 作 $OM \perp PG$, 垂足为 M .

$\therefore \angle MGE = \angle OEG = \angle OMG = 90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $OEGM$ 是矩形.

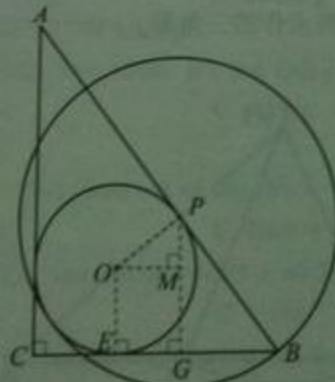
$\therefore MG = OE, OM = EG$.

$\therefore PM = PG - MG = \frac{4}{5}t - 1$.

$OM = EG = BC - EC - BG = 3 - 1 - \frac{3}{5}t = 2 - \frac{3}{5}t$.

在 $Rt\triangle OPM$ 中, 由勾股定理, 得 $(\frac{4}{5}t - 1)^2 + (2 - \frac{3}{5}t)^2 = (t-1)^2$.

解得 $t = 2$.



③

综上, 若 $\odot P$ 与 $\odot O$ 相切, $t = \frac{2}{3}$ s 或 2 s.8 分

27. (本题 11 分)

(1) HL.

(2) 证明: 如图①, 分别过点 C, F 作对边 AB, DE 上的高 CG, FH , 其中 G, H 为垂足.

$\because \angle ABC, \angle DEF$ 都是钝角,

$\therefore G, H$ 分别在 AB, DE 的延长线上.

$\therefore CG \perp AG, FH \perp DH$.

$\therefore \angle CGA = \angle FHD = 90^\circ$.

$\because \angle CBG = 180^\circ - \angle ABC, \angle FEH = 180^\circ - \angle DEF, \angle ABC = \angle DEF,$

$\therefore \angle CBG = \angle FEH$.

在 $\triangle BCG$ 和 $\triangle FEH$ 中,

$\because \angle CGB = \angle FHE, \angle CBG = \angle FEH, BC = EF,$

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle FEH$.

$\therefore CG = FH$.

又 $\because AC = DF,$

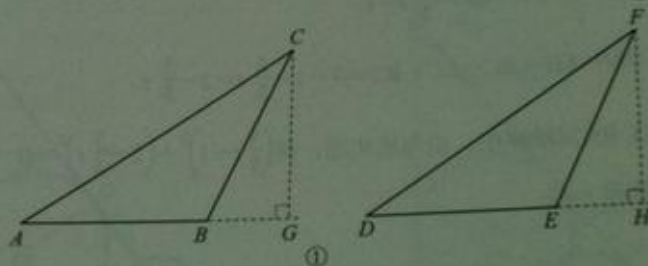
$\therefore \text{Rt}\triangle ACG \cong \text{Rt}\triangle DFH$.

$\therefore \angle A = \angle D$.

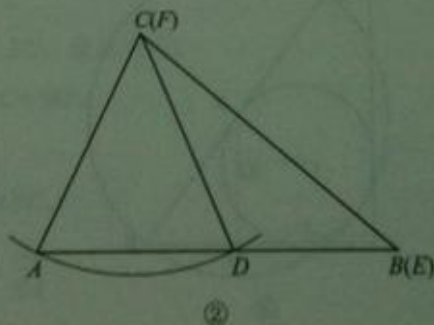
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$\because \angle ABC = \angle DEF, \angle A = \angle D, AC = DF,$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$.



(3) 如图②, $\triangle DEF$ 就是所求作的三角形.



(4) 本题答案不惟一, 下列解法供参考.

$\angle B \geq \angle A$