



2014 年广州市初中毕业生学业考试

数 学

(参考答案及解析)

卓越教育中考研究院 徐树华团队

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. $a(a \neq 0)$ 的相反数是 ()

A. $-a$

B. a^2

C. $|a|$

D. $\frac{1}{a}$

【答 案】A

【考 点】相反数

【难易程度】易

【点 评】本题考察了相反数的定义, 对学生在数感的认识上有了更高的要求。

2. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

【答 案】D

【考 点】图形的变换、中心对称图形

【难易程度】易

【点 评】考察了对中心对称图形的认识

3. 如图1, 在边长为1的小正方形组成的网格中, $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上, 则 $\tan A =$ ()

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

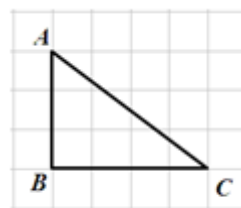


图 1

【答 案】D

【考 点】锐角三角函数的定义

【难易程度】易

【点 评】考察了三角函数的定义, 要求学生能够从方格中寻找隐含条件;



4. 下列运算正确的是 ()

- A. $5ab - ab = 4$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$ C. $a^6 \div a^2 = a^4$ D. $(a^2b)^3 = a^5b^3$

【答案】C

【考点】数与式的运算

【难易程度】易

【点评】该题是中考必考题目之一，重点对整式运算的掌握

5. 已知 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为2cm和3cm，若 $O_1O_2 = 7\text{cm}$ ，则 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的位置关系是 ()

- A. 外离 B. 外切 C. 内切 D. 相交

【答案】A

【考点】圆与圆的位置关系

【难易程度】易

【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系，属于基础题

6. 计算 $\frac{x^2-4}{x-2}$ ，结果是 ()

- A. $x-2$ B. $x+2$ C. $\frac{x-4}{2}$ D. $\frac{x+2}{x}$

【答案】B

【考点】分式的约分

【难易程度】易

【点评】考察了分式化简的运算，与第四题的B选项的考点重复了，是一条信度很高的习题。

7. 在一次科技作品制作比赛中，某小组八件作品的成绩（单位：分）分别是：7，10，9，8，7，9，

9，8. 对这组数据，下列说法正确的是 ()

- A. 中位数是8 B. 众数是9 C. 平均数是8 D. 极差是7

【答案】B

【考点】数据的分析中中位数、众数、平均数等

【难易程度】易

【点评】考察了统计章节中中位数，众数，平均数和极差的概念

8. 将四根长度相等的细木条首尾相接，用钉子钉成四边形 $ABCD$ ，转动这个四边形，使它形状改变。当

$\angle B = 90^\circ$ 时，如图 2-①，测得 $AC = 2$ 。当 $\angle B = 60^\circ$ 时，如图 2-②， $AC = (\quad)$

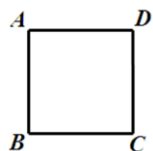


图 2-①

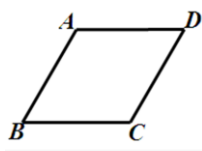


图 2-②

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{2}$

【答案】A

【考点】 正方形的性质、菱形锐角三角函数

【难易程度】 中

【点评】 本题重点考查正方形的对角线与边长之间的关系，同时考查了菱形中有一个 60° 特殊角的几何模型。

9. 已知正比例函数 $y = kx (k < 0)$ 的图象上两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，且 $x_1 < x_2$ ，则下列不等式中恒成立的是 $(\quad)$

- A. $y_1 + y_2 > 0$ B. $y_1 + y_2 < 0$ C. $y_1 - y_2 > 0$ D. $y_1 - y_2 < 0$

【答案】C

【考点】 正比例函数的性质

【难易程度】 中

【点评】 本题考查正比例函数的性质，同时将不等式的性质结合其中，灵活性有了较大的提高。

10. 如图 3，四边形 $ABCD$ 、 $CEFG$ 都是正方形，点 G 在线段 CD 上，连接 BG 、 DE ， DE 和 FG 相交于点 O 。设 $AB = a$ ， $CG = b (a > b)$ 。下列结论：① $\triangle BCG \cong \triangle DCE$ ；② $BG \perp DE$ ；③ $\frac{DG}{CE} = \frac{GO}{OE}$ ；

④ $(a-b)^2 \cdot S_{\triangle EFO} = b^2 \cdot S_{\triangle DGO}$ 。其中结论正确的个数是 $(\quad)$

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【答案】B

【考点】 正方形的性质、相似三角形的性质、全等三角形的判定

【难易程度】 难

【点评】 本题综合性较强，将全等三角形、相似三角形、正方形的性质等融合在一起，对学生对知识的运用要求较高。

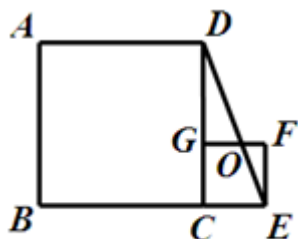


图 3



第二部分 非选择题 (共 120 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, 则 $\angle C$ 的外角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

【答案】140

【考点】三角形外角的定义

【难易程度】易

【点评】三角形的外角知识点比较简单, 复习中容易忽视, 提醒考生复习一定要到位。

12. 已知 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 点 P 在 OC 上, $PD \perp OA$, $PE \perp OB$, 垂足分别为点 D 、 E , $PD = 10$, 则 PE 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】10

【考点】角平分线的性质定理

【难易程度】易

【点评】本题是常规题, 学生只要能画出图形, 基本能求出答案

13. 代数式 $\frac{1}{|x|-1}$ 有意义时, x 应满足的条件为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x \neq \pm 1$

【考点】绝对值的定义、分式的定义

【难易程度】易

【点评】本题是中考必考题, 与往年相比不是单纯的考查分式的基本概念, 同时也考查了绝对值的计算

14. 一个几何体的三视图如图 4, 根据图示的数据计算该几何体的全面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

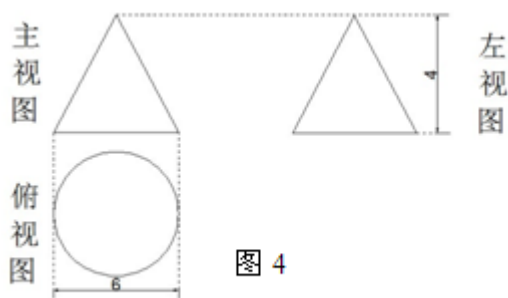
(结果保留 π)

【答案】 24π

【考点】圆锥的侧面积及全面积、勾股定理

【难易程度】中

【点评】考察了空间立体几何图形的表面积计算和三视图判断, 同时也考查了勾股定理,



15. 已知命题: “如果两个三角形全等, 那么这两个三角形的面积相等.” 写出它的逆命题: $\underline{\hspace{2cm}}$, 该逆命题是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 命题 (填 “真” 或 “假”).



【答案】如果两个三角形的面积相等,那么这两个三角形全等 假

【考点】逆命题

【难易程度】易

【点评】本题考察了命题,逆命题,真命题和假命题的概念,比较简单,但这是学生复习的一个盲点,建议后期复习面一定要广。

16. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2mx + m^2 + 3m - 2 = 0$ 有两个实数根 x_1 、 x_2 , 则 $x_1(x_2 + x_1) + x_2^2$ 的最小值为 _____.

【答案】 $\frac{5}{4}$

【考点】韦达定理、二次函数的最值

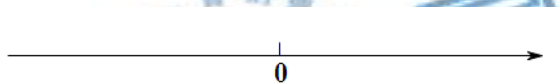
【难易程度】难

【点评】本题考察了利用韦达定理构造二次函数求最值。本题难度较大,综合性较高,要求学生对韦达定理,二次函数求最值能够灵活运用。

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 102 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 9 分)

解不等式: $5x - 2 \leq 3x$, 并在数轴上表示解集.

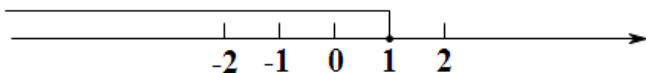


【解答】: 解: $5x - 2 \leq 3x$

$$2x \leq 2$$

$$x \leq 1$$

在数轴上表示不等式的解集如图:



【难易程度】易

【点评】: 考察了解一元一次不等式和数轴两个考点, 属于信度很高的简单计算大题

18. (本小题满分 9 分)

如图 5, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , EF 过点 O 且与 AB 、 CD 分别交于点 E 、 F , 求证: $\triangle AOE \cong \triangle COF$.

【解答】: 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel DC, AO = OC$$

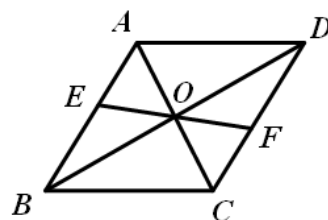


图 5



$$\therefore \angle EAO = \angle FCO$$

$\therefore$ 在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FCO \\ AO = OC \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF \text{ (ASA)}$$

【难易程度】易

【点评】本题是课本课后习题，重视双基训练。

19. (本小题满分 10 分)

已知多项式 $A = (x+2)^2 + (1-x)(2+x) - 3$

(1) 化简多项式 A ;

(2) 若 $(x+1)^2 = 6$, 求 A 的值.

【解 答】:

$$\begin{aligned} \text{解: (1) 原式 } A &= x^2 + 4x + 4 + 2 + x - 2x - x^2 - 3 \\ &= 3x + 3 \end{aligned}$$

$$(2) \because (x+1)^2 = 6$$

$$\therefore x+1 = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{原式} = 3(x+1) = 3 \times (\pm\sqrt{6}) = \pm 3\sqrt{6}$$

【难易程度】中

【点评】本题也是一个广州中考常考题目，重点考查学生的整体代入数学思想

20. (本小题满分 10 分)

某校初三(1)班 50 名学生需要参加体育“五选一”自选项目测试，班上学生所报自选项目的情况统计表如下:





自选项目	人数	频率
立定跳远	9	0.18
三级蛙跳	12	a
一分钟跳绳	8	0.16
投掷实心球	b	0.32
推铅球	5	0.10
合计	50	1

(1) 求 a , b 的值;

(2) 若将各自选项目的人数所占比例绘制成扇形统计图, 求“一分钟跳绳”对应扇形的圆心角的度数;

(3) 在选报“推铅球”的学生中, 有 3 名男生, 2 名女生. 为了了解学生的训练效果, 从这 5 名学生中随机抽取两名学生进行推铅球测试, 求所抽取的两名学生中至多有一名女生的概率.

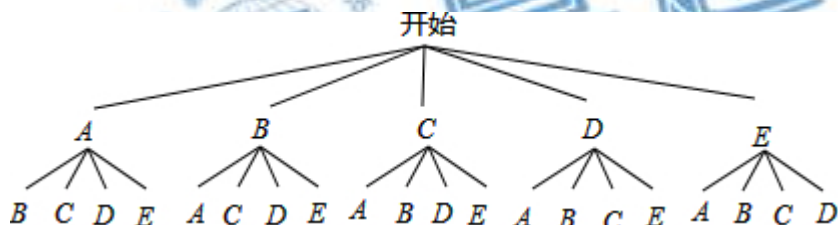
【解 答】:

解: (1) $a = \frac{12}{50} = 0.24$

$b = 50 \times 0.32 = 16$

(2) 一分钟跳绳对应扇形的圆心角的度数为: $0.16 \times 360^\circ = 57.6^\circ$

(3) $\because$ 依题意设 3 名男生分别为 A 、 B 、 C ; 2 名女生为 D 、 E
画树状图得:



$\therefore$ 从 5 名学生中随机选取 2 人共有 20 种可能,
其中至多有 1 名女生的情况有 18 种可能,

$\therefore P(\text{至多有一名女生的概率}) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

【难易程度】易

【点评】第一问考察了频率与频数, 属于简单题目; 第二问考察了扇形统计图及其圆心角的计算, 但今年题目的难度较往年提升不少, 因为往年考察扇形图都是以填空方式出题, 今年是让学生凭空画出扇形图。第三问则考察了概率树状图或列表法的知识点, 题目难度与往年题目一致。

21. (本小题满分 12 分)



已知一次函数 $y = kx - 6$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{2k}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点，点 A 的横坐标为 2.

(1) 求 k 的值和点 A 的坐标;

(2) 判断点 B 所在的象限，并说明理由.

【解 答】

解: (1) 当 $x = 2$ 时，代入反比例函数中， $y = -k$ ，所以点 A 坐标为 $(2, -k)$

把 A 的坐标代入一次函数 $y = kx - 6$ 中，解得 $k = 2$ ，所以点 A 的坐标为 $(2, -2)$

(2) 一次函数为: $y = 2x - 6$ ，反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$

联立两个函数:
$$\begin{cases} y = 2x - 6 \\ y = -\frac{4}{x} \end{cases} \text{ 得到 } 2x^2 - 6x - 4 = 0$$

解方程 $2x^2 - 6x - 4 = 0$

得 $\therefore x_1 = 2, x_2 = -1$

把 $x = -1$ 代入一次函数中， $y = -4$ ，所以点 $B(-1, -4)$ 在第三象限。

【难易程度】 中

【点评】 一次函数与反比例函数的综合题是广州中考的热点，往年都放在 23 题，今年提前到 21 题，对于基础薄弱的学生在此题就有可能受到一点小障碍，如果不能进行适当的调整，会影响后面题目的作答。由此可以看出，命题者不仅仅在知识上考查学生，在学生的心理上也进行了考查。

考察了一次函数和反比例函数的交点问题，但过去五年的同类型考题是遵循“用第一点求反比例函数解析式，再利用反比例函数解析式求另一交点，再利用两点求一次函数解析式，最后利用函数图像求不等式”这个解题模板，但今年的试卷则首次出现 21 题处把函数与方程结合，以“联立一次函数与反比例函数，构造一元二次方程后解方程求交点”这一思路出题，这是出题形式的突破，若学生对函数与方程之间的各种联系不是十分清晰时，将无法顺利解出此题。

22. (本小题满分 12 分)

从广州到某市，可乘坐普通列车或高铁，已知高铁的行驶路程是 400 千米，普通列车的行驶路程是高铁的行驶路程的 1.3 倍。

(1) 求普通列车的行驶路程;



(2) 若高铁的平均速度(千米/时)是普通列车平均速度(千米/时)的2.5倍,且乘坐高铁所需时间比乘坐普通列车所需时间缩短3小时,求高铁的平均速度.

【解 答】:

解(1) $400 \times 1.3 = 520$ (千米)

答:普通列车的行驶路程为520千米.

(2) 设普通列车平均速度为 x 千米/小时,则高铁的平均速度为 $2.5x$ 千米/小时,得:

$$\frac{520}{x} - \frac{400}{2.5x} = 3$$

解方程可得: $x = 120$

经检验 $x = 120$ 是原分式方程的解

$$\therefore 2.5x = 300$$

答:高铁的平均速度为300千米/小时.

【难易程度】中

【点评】“数学源于生活,服务于生活”,本题运用乘坐列车和高铁这样一个生活背景,考查分式方程的题目,与08年的“雪灾”题目类似.第一问是送分题,第二问属于基本的行程类分式方程应用题.

23. (本小题满分12分)

如图6, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4\sqrt{5}$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

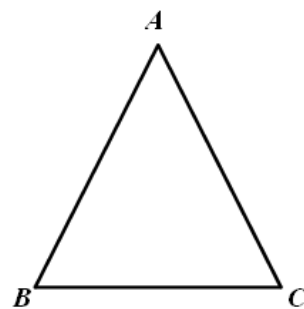


图6

(1) 动手操作:利用尺规作以 AC 为直径的 $\odot O$, 并标出 $\odot O$ 与 AB 的交

点 D , 与 BC 的交点 E (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 综合应用: 在你所作的图中,

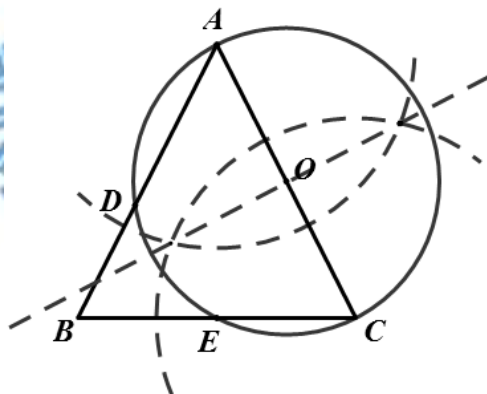
① 求证: $\widehat{DE} = \widehat{EC}$;

② 求点 D 到 BC 的距离.

【解 答】:

解: (1) 如图所示,

上图即是所求作.



(2) 如图所示, 连接 AE ,

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$, 即 $AE \perp BC$,

又 $\because AB = AC$

$\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle DAE = \angle EAC$

$\therefore \widehat{DE} = \widehat{EC}$

(3) 如图所示, 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 连接 CD , 则 $\angle ADC = 90^\circ$

$\because AB = AC$, $\therefore \angle ABC = \angle ACB$

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\cos \angle ABC = \cos \angle ACB = \frac{BE}{AB}$

$\therefore BE = \cos \angle ABC \cdot AB = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 4\sqrt{5} = 4$

$\therefore BC = 2BE = 8$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\cos \angle DBC = \frac{BD}{BC}$

$\therefore BD = \cos \angle DBC \cdot BC = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 8 = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

$\because DF \perp BC, AE \perp BC$

$\therefore DF \parallel AE$

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle BAE$

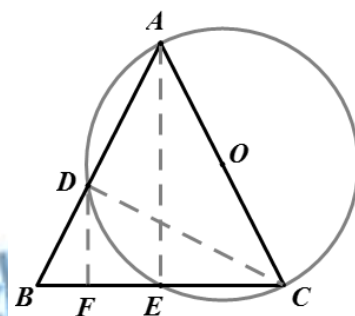
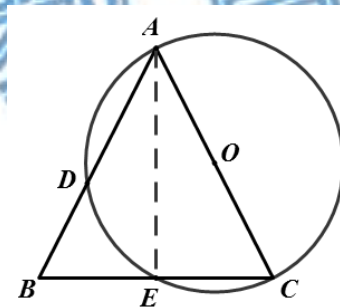
$\therefore \frac{DF}{AE} = \frac{BD}{BA}$

$\therefore \frac{DF}{8} = \frac{\frac{8\sqrt{5}}{5}}{4\sqrt{5}}$

$\therefore DF = \frac{16}{5}$

【难易程度】难

【点评】23 题是想考 130 分以上的学生必须突破的一道题目, 本题考查了尺规作图, 同时也考查了锐角三角函数和相似三角形, 都是学生的弱点, 变化也比较大, 对学生自信心有一定的打击。第 (1) 问考察尺规作圆, 关键在于作出 AC 的中点, 可作 AC 的垂直平分线;





第(2)问直径所对的圆周角与三线合一,巧妙结合,从而根据平分角,即圆周角等得出弧等;
第(3)问主要考察在直角三角形中,用三角函数、相似求线段长度,过程稍复杂。

24. (本小题满分 14 分)

已知平面直角坐标系中两定点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2 (a \neq 0)$ 过点 A 、 B , 顶点为 C , 点 $P(m, n) (n < 0)$ 为抛物线上一点.

(1) 求抛物线的解析式和顶点 C 的坐标;

(2) 当 $\angle APB$ 为钝角时, 求 m 的取值范围;

(3) 若 $m > \frac{3}{2}$, 当 $\angle APB$ 为直角时, 将该抛物线向左或向右平移 $t (0 < t < \frac{5}{2})$ 个单位, 点 C 、 P 平移后对应的点分别记为 C' 、 P' , 是否存在 t , 使得首尾依次连接 A 、 B 、 P' 、 C' 所构成的多边形的周长最短? 若存在, 求 t 的值并说明抛物线平移的方向; 若不存在, 请说明理由.

【解 答】

解: (1) 把 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 代入二次函数: $y = ax^2 + bx - 2$ 得:

$$\begin{cases} 0 = a - b - 2 \\ 0 = 16a + 4b - 2 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$

$\therefore$ 把 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$ 得 $y = -\frac{25}{8}$, $\therefore$ 顶点 $C(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8})$

(2) 如图所示, 设抛物线与 y 轴交点 D , 连接 AD , BD

$\because A(-1, 0), B(4, 0), D(0, -2)$

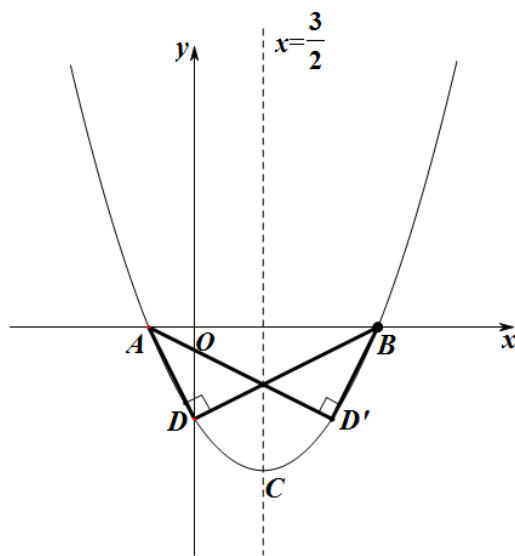
由勾股定理得: $AD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$,

$BD = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, $AB = 1 + 4 = 5$

$\therefore AD^2 + BD^2 = AB^2$,

$\therefore \triangle ABD$ 为直角三角形, $\angle ADB = 90^\circ$

由图可得: 当 $-1 < m < 0$ 时, $\angle APB$ 为钝角





$\because$ 抛物线关于轴对称 $x = \frac{3}{2}$ 对称, $\therefore D$ 的对称点 D' 的坐标为: $(3, -2)$

由图可得: 当 $3 < m < 4$ 时, $\angle APB$ 为钝角

综上所述: 当 $-1 < m < 0$ 或 $3 < m < 4$ 时, $\angle APB$ 为钝角

(3) $\because$ 线段 AB 和 $C'P'$ 的长是定值,

$\therefore$ 要使四边形 $ABP'C'$ 的周长最短, 只要 $AC' + BP'$ 最短

如果将 $C'P'$ 向右平移, 显然有 $AC' + BP' > AC + BP$,

$\therefore$ 不存在某个位置, 使四边形 $ABP'C'$ 的周长最短, 应将线段 $C'P'$ 向左平移。

由题知 $P(3, -2)$, 设线段 $C'P'$ 向左移了 t 个单位, 则 P' 为 $(3-t, -2)$, C' 为 $(\frac{3}{2}-t, -\frac{25}{8})$,

作 C' 关于 x 轴的对称点 $C''(\frac{3}{2}-t, \frac{25}{8})$, 此时 $AC' = AC''$, 再作平行四边形 $ABB'C''$

$\because AB = 5$, $\therefore B'$ 为 $(\frac{13}{2}-t, \frac{25}{8})$, 此时 $AC'' = BB'$,

连接 BP' , $B'P'$ 交 x 轴于 M

$\therefore AC' + BP' = BB' + BP' \geq B'P'$,

$\therefore AC' + BP'$ 最小值 $B'P'$

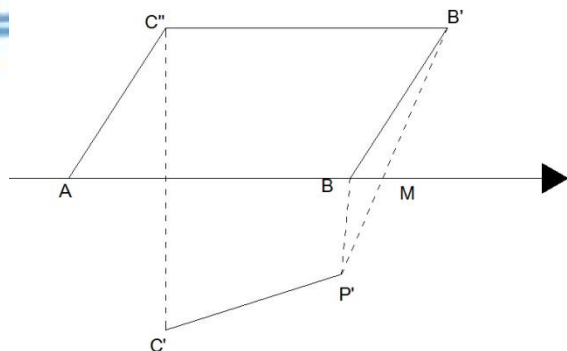
此时, B 在直线 $B'P'$ 上, 设直线 $B'P'$ 的解析式 $y = kx + b (k \neq 0)$, 代入 B', P' 得

$$\begin{cases} -2 = k(3-t) + b & ① \\ \frac{15}{8} = k(\frac{13}{2}-t) + b & ② \end{cases}$$

又 $\because B$ 在 $B'P'$ 上

$\therefore 0 = 4k + b$ ③,

联立①②③, 得 $t = \frac{15}{41}$



【难易程度】(1) 中 (2) 难 (3) 难

【点评】第 1 问考察了求二函数解析式与求顶点, 但由于带这分数运算, 所以计算并不简单, 属于中等难度题目。

第 2 问考察当点 P 坐标为何时, $\angle APB$ 为钝角。想钝角需要先从直角思考。所以利用画圆找 90° , 然后利用相似三角形或勾股逆定理求证三点成 90° 。再由 90° 过度到钝角。

第 3 问思维跨度比较大, 属于难题。第三问则考察了函数的平移, 题型新型, 难度很大。

25. (本小题满分 14 分)

如图7, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, B 为动点 (不与点 C 重合), $\triangle BCE$ 关于 BE 的轴对称图形为 $\triangle BFE$, 为 S_1 , $\triangle CEF$ 的面积为 S_2 .

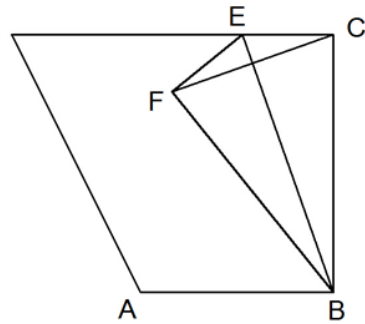


图 7

(1) 当点 F 落在梯形 $ABCD$ 的中位线上时, 求 x 的值;

(2) 试用 x 表示 $\frac{S_2}{S_1}$, 并写出 x 的取值范围;

(3) 当 $\triangle BFE$ 的外接圆与 AD 相切时, 求 $\frac{S_2}{S_1}$ 的值.

【解 答】:

25. (1) 如图所示, 设 CF 与 BE 相交于 G 点, 点 F 在直角梯形 $ABCD$ 的中位线 MN 上

$\because \triangle BCE$ 与 $\triangle BFE$ 关于 BE 成轴对称图形

$\therefore BF = BC = 4$, $GF = GC$

$\because MN$ 为直角梯形 $ABCD$ 的中位线

$\therefore MN \perp BC$, $BN = CN$

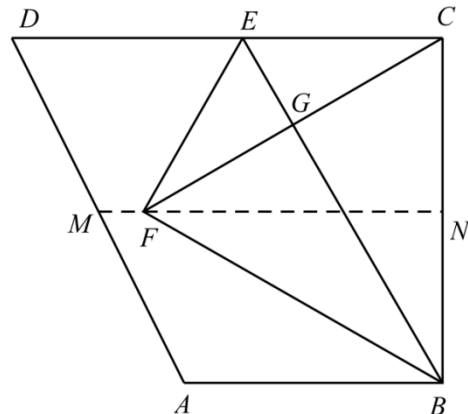
$\therefore CF = BF$

$\therefore \triangle BFC$ 为等边三角形

$\therefore \angle FBC = 60^\circ$

$\therefore \angle CBG = \frac{1}{2} \angle FBC = 30^\circ$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle BCE$ 中, $x = EC = BC \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3}$



(2) $\because \triangle BCE$ 与 $\triangle BFE$ 关于 BE 成轴对称图形

$\therefore BE \perp CF$

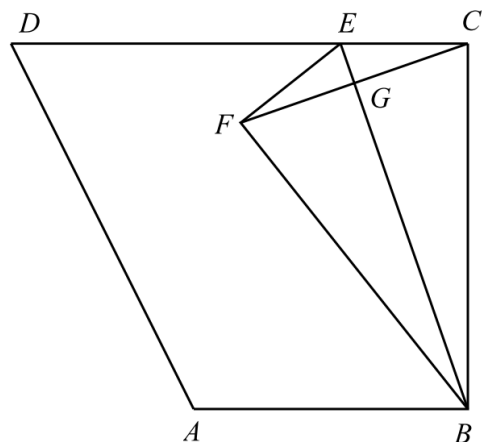
$\therefore \angle CEG + \angle ECG = 90^\circ$

又 $\because \angle ECB = 90^\circ = \angle ECG + \angle GCB$

$\therefore \angle CEG = \angle GCB$

$\therefore Rt\triangle ECG \sim Rt\triangle CBG$ 且相似比为 $\frac{EC}{CB} = \frac{x}{4}$

$\therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{2S_{\triangle ECG}}{2S_{\triangle BCG}} = \frac{S_{\triangle ECG}}{S_{\triangle BCG}} = \left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$, $0 < x < 5$



(3) 如图所示, $\triangle BEF$ 的外接圆圆心为 O , $\odot O$ 与 AD 相切于点 H

$\therefore OH \perp AD$



过点 A 作 $AP \perp CD$ 于点 P

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle APD$ 中, $AP = BC = 4$, $DP = CD - CP = CD - AB = 2$

$\therefore AD = \sqrt{AP^2 + DP^2} = 2\sqrt{5}$

$\therefore EC = x$, 则 $ON = \frac{1}{2}x \therefore OM = 4 - \frac{1}{2}x$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{16 + x^2} \therefore r = \frac{1}{2}\sqrt{16 + x^2}$

$\therefore MN$ 为梯形 $ABCD$ 的中位线

$\therefore MN \parallel CD$,

$\therefore \angle AMN = \angle D$

$\therefore \triangle ADP \sim \triangle OHM$

$\therefore \frac{OH}{OM} = \frac{AP}{AD}$ 即 $\frac{OH}{4 - \frac{1}{2}x} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \therefore OH = \frac{\sqrt{5}(8-x)}{5}$

$\therefore \frac{1}{2}\sqrt{16 + x^2} = \frac{\sqrt{5}(8-x)}{5}$ 解得 $x_1 = -32 + 20\sqrt{3}$, $x_2 = -32 - 20\sqrt{3}$

$\therefore 0 < x < 5$

$\therefore x = -32 + 20\sqrt{3} \therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{x^2}{16} = 139 - 80\sqrt{3}$

【难易程度】难

【点评】新教材中删除了梯形这个内容, 所以今年中考考查这个内容是最后一年, 因此也是中考的热点。本题考察了直角梯形和相似结合的综合大题, 并且考察直线与圆相切时的隐含条件, 第一问用梯形的中位线以及特殊角度的结合, 或者用勾股定理解答, 难点在于如何运用字母表示线段的长度; 第二问考察相似比跟面积比的关系。而第三问考察内容是用相似得到一个关系式, 再用勾股定理得到另外一个关系式, 最后将两个关系式联立成方程组即可问题所求。

