

数 学

一、命题原则

数学学科的考试,注重考查学生对数学基础知识、基本技能以及基本思想方法的掌握情况,考查运算能力、思维能力、空间观念和数学创新意识,加强试题与社会实际和学生生活的联系,特别考查在具体情境中运用所学知识分析和解决问题的能力,搜集和处理信息的能力,以及使用数学语言表达问题、形成用数学的意识。

1. 立足基础性

考查基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验,体现学科的“主干”知识。

2. 注重能力性

应有利于对学生分析问题和解决问题能力的考查,有利于对学生运算能力、思维能力、推理能力及空间观念的考查。

3. 强调应用性

力求体现理论与实际相结合,学以致用。题目要与社会实践和学生生活相联系,还要特别注重考查在具体情境中运用所学知识分析和解决问题的能力。

4. 渗透探究性

要注重考查学生的创新意识和创新能力。加大开放性问题和探究性问题的考查力度,从而拓宽学生的思维空间,有助于学生创造性的发挥。

5. 重视综合性

要注意学科知识的内在联系和知识的综合,从而引导学生关注对所学知识进行适当的重组与整合。

6. 讲究科学性

要求准确、科学、不超课标、不打擦边球。表述清晰,图文并茂。

二、考试范围

以 2011 版《数学课程标准》中第三学段规定的内容为依据,具体包括:“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”、“课题学习”等内容,参照人教版义务教育课程标准实验教科书数学六~九年级(五四制)教材及人教版义务教育课程标准实验教科书数学七~九年级(六三制)教材。2016 年中考数学命题“计算器”不作要求。

三、考试内容

依据《数学课程标准》及相应的数学教材,在课程标准二、三级主题的基础上确定出相应的知识点,每个知识点都围绕着“知识与技能”、“过程与方法”、“情感与态度”三维目标制定双向细目表。其中“知识与技能”要求能够经历将一些实际问题抽象为数学问题的过程,掌握数学的

基础知识和基本技能,并能解决简单的实际问题;“过程与方法”要求能够经历运用数学知识描述现实世界的过程,发展思维能力、合情推理能力和初步的演绎推理能力。能综合运用所学的知识和技能解决问题,提高实践能力与培养创新精神;“情感与态度”要求能积极参与数学学习活动,在数学学习活动中获得成功的体验,感受数学的严谨性。

在具体说明中又分别提出了“了解”、“理解”、“掌握”、“灵活运用”各层次能力要求,并将这些作为数学学科考试内容及命题的依据。

(一)有理数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
正数和负数	√	√	√			√
数 轴	√	√	√			
相反数	√	√	√			√
绝对值	√	√	√		√	√
有理数的大小比较	√	√	√		√	
有理数的加减法	√	√	√			
有理数的乘除法	√	√	√			
有理数的乘方	√	√	√			
有理数的混合运算	√	√	√	√	√	√
近似数	√	√			√	√

【具体要求】

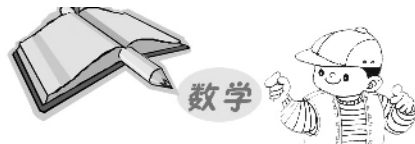
◆知识与技能

1. 了解

- (1)正数和负数的意义。
- (2)数轴的意义。
- (3)相反数与绝对值的意义。
- (4)有理数的大小比较方法。
- (5)有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步以内为主)的基本方法。
- (6)近似数的概念。

2. 理解

- (1)有理数的意义。
- (2)借助数轴理解相反数和绝对值的意义。
- (3)乘方的意义。



(4)按要求求近似数的方法。

3. 掌握

(1)用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小。

(2)会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母)。

(3)有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步以内为主)。

(4)能运用运算律简化运算。

(5)能运用有理数的运算解决简单的问题。

4. 灵活运用

(1)熟练运用各种运算法则进行有理数的运算(以三步以内为主)。

(2)能用各种运算律简化有理数的运算。

◆过程与方法

经历从具体情境中抽象出数量关系和变化规律,并用符号来表示的过程,能对具体情境中的数字信息作出合理的解释和推断,能用数字刻画事物间的相互关系,并解释结果的合理性。

◆情感与态度

通过对问题解决过程的反思,加深认识,促进学生积极动脑,激发他们的学习热情,体验数学问题充满着探索性和创造性。

(二)实数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平方根、算术平方根、立方根	√	√	√			
二次根式	√	√	√			
二次根式的化简	√	√	√			
二次根式的乘除法	√	√	√			
二次根式的加减法	√	√	√			
实数	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)平方根和算术平方根的概念。

(2)立方根的概念。

(3)开方与乘方互为逆运算。

(4)无理数和实数的概念,实数的相反数和绝对值的意义。

(5)实数与数轴上的点一一对应。

(6)二次根式、最简二次根式的概念及三次根式(根号下仅限于数)其加、减、乘、除运算法则。

2. 理解

(1)平方根与算术平方根的关系,算术平方根是非负数。

(2)求一个数的立方根。

(3)明确指出形如式子 $\sqrt{a}$ 何时有意义,何时无意义。

3. 掌握

(1)用根号表示一个非负数的平方根、算术平方根和一个数的立方根。

(2)利用开方与乘方互为逆运算的关系求简单数的平方根、立方根,会用平方运算求百以内整数的平方根与算术平方根,会用立方运算求百以内整数(对应的负整数)的立方根。

(3)实数的分类。

(4)会求任何实数的相反数、绝对值。

(5)用有理数估计一个无理数的大致范围。

(6)会比较实数的大小。

(7)会用二次根式的加、减、乘、除运算法则进行有关实数的简单四则运算(只要求对结果为形如 $\frac{c}{a\sqrt{b}}$ 的式子进行化简,其中 a, b 为有理数,且 $a \neq 0, b > 0$)。

(8)能按照指定的精确度求出根式运算结果的近似值。

◆过程与方法

能对具体情境中的无理数信息作出合理的解释和推断。

◆情感与态度

通过观察、思考、探究、归纳的过程,掌握认识事物的一般规律。

(三)整式

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
代数式	√	√	√	√		√
代数式的值	√	√	√			
整 式	√	√	√			
整式的加减	√	√	√		√	√
整式的乘法	√	√	√		√	√
乘法公式	√	√	√	√	√	√
因式分解	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

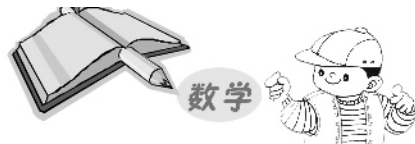
1. 了解

(1)用字母表示数的意义。

(2)代数式所表示的数量关系。

(3)整式、单项式及其系数与次数,多项式次数、项的概念。

(4)整式加、减法的运算步骤。



- (5)正整数指数幂的意义及运算性质。
- (6)单项式乘以单项式、单项式乘以多项式,多项式乘以多项式的运算方法(两个一次式相乘)。
- (7)平方差、完全平方公式的结构特征,正确写出这两个公式,了解它们的几何背景。
- (8)因式分解的两种方法:提公因式法、公式法。

2. 理解

- (1)在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义。
- (2)能分析具体问题的简单数量关系,并用代数式表示。
- (3)单项式乘以多项式、两个一次多项式相乘。能进行简单的整式运算。

3. 掌握

- (1)把语言叙述的数量关系列成代数式。
- (2)正确地求出简单代数式的值。
- (3)进行整式的加、减运算;会进行整式乘法运算(其中的多项式相乘仅指一次式相乘)。
- (4)运用整式的相关运算化简求值。
- (5)平方差公式与完全平方公式的推导过程,知道公式中字母的广泛含义,能运用乘法公式进行简单运算。

- (6)会用提公因式法、公式法(直接用公式不超过二次)进行因式分解(指数是正整数)。

4. 灵活运用

在代数式的化简求值、解方程、解不等式中熟练应用平方差公式与完全平方公式。

◆过程与方法

能用文字、字母等清楚地表达解决问题的过程,并能用代数式刻画事物间的相互联系。

◆情感与态度

体验数、式是有效地描述现实世界的重要手段,认识到数学是解决实际问题的重要工具。

(四)分式

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
分式及分式的基本性质	√	√	√			
分式的乘、除法	√	√	√		√	√
分式的加、减法	√	√	√		√	√
零指数幂与负整数指数幂	√	√	√		√	√
科学记数法	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)分式的概念。
- (2)分式的基本性质。
- (3)约分、通分。

- (4)分式乘、除法法则。
 (5)分式加、减法法则。
 (6)零指数幂和负整数指数幂的意义。

2. 理解

- (1)正确区分整式与分式,知道分式有意义的条件。
 (2)分式约分、通分的方法。
 (3)整数指数幂的运算性质。

3. 掌握

- (1)利用分式的基本性质进行约分和通分。
 (2)会进行简单的分式加、减、乘、除运算,并化简和求值。
 (3)整数指数幂的运算。
 (4)用科学记数法表示数。

◆过程与方法

能结合具体情境发现并提出数学问题,尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题。

◆情感与态度

通过观察、类比、归纳可以获得数学猜想,体验数学知识充满着探索性、创造性。

(五)方程

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
一元一次方程及解法	√	√	√		√	
可化为一元一次方程的分式方程	√	√	√		√	
一元二次方程及解法	√	√	√		√	
列一元一次方程、一元二次方程及可化为一元一次方程的分式方程解应用题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)方程的意义。
 (2)一元一次方程、一元二次方程的意义。
 (3)分式方程的意义。

2. 理解

- (1)一元一次方程的解法。
- (2)一元二次方程的解法。
- (3)可化为一元一次方程的分式方程的解法。
- (4)经历用观察、画图等手段估计方程解的过程。

3. 掌握

- (1)会检验一个数是否为方程的解。
- (2)熟练地解一元一次方程。
- (3)会解可化为一元一次方程的分式方程(方程中的分式不超过两个)。
- (4)用配方法、公式法以及因式分解法解简单数字系数的一元二次方程。
- (5)利用方程解决简单实际问题。

4. 灵活运用

能应用一元一次方程、一元二次方程及可化为一元一次方程的分式方程解决生活实际问题,能根据具体问题的实际意义,检验结果是否合理。

◆过程与方法

能用方程刻画事物间的相互关系。由实际问题抽象为方程模型,体验解方程过程中的化归思想。尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题。

◆情感与态度

了解数学对促进社会进步和发展人类理性思维的作用。

(六)二元一次方程(组)

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
二元一次方程组及解法	√	√	√		√	
列二元一次方程组解应用题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)二元一次方程、方程组、方程组的解的意义。
- (2)“消元”的数学思想和方法。

2. 理解

- (1)判别方程(组)是否是二元一次方程(组)。
- (2)判别两个未知数的值是否是二元一次方程(组)的一个解。

3. 掌握

- (1)会用代入法、加减法解简单的二元一次方程组。

(2)利用二元一次方程组解决简单的实际问题。

4. 灵活运用

灵活运用二元一次方程组解决实际问题,并检验结果是否合理。

◆过程与方法

体验把“未知”转化为“已知”和把“复杂问题”转化为“简单问题”的思想方法。

◆情感与态度

发挥自主学习的积极性,独立探究,体现数学的科学性和应用性。

(七)不等式(组)

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
不等式和它的解	√	√	√			
不等式的解集	√	√	√			
不等式的性质	√	√	√			
一元一次不等式及其解法	√	√	√		√	
一元一次不等式组及其解法	√	√	√		√	
利用一元一次不等式解实际问题	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)不等式和一元一次不等式的意义。

(2)不等式的解和解集的意义。

(3)一元一次不等式组及其解集的意义。

2. 理解

(1)不等式的基本性质。

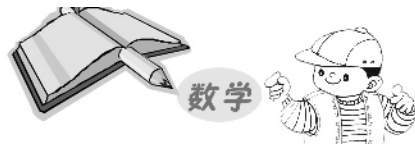
(2)不等式(组)的解和解集及在数轴上的表示方法。

3. 掌握

(1)用不等式的基本性质解一元一次不等式,并在数轴上表示不等式的解集。

(2)能解由两个一元一次不等式组成的一元一次不等式组,会用数轴确定一元一次不等式组的解集。

(3)根据具体问题中的数量关系,列一元一次不等式解决简单的问题。



4. 灵活运用

根据具体问题的数量关系,列一元一次不等式及方程解决实际问题。

◆过程与方法

体会由实际问题抽象为不等式(组)这个过程中蕴含的符号化、模型化的思想及解不等式(组)的过程中蕴含的化归思想。

◆情感与态度

认识不等式(组)是解决实际问题的重要工具。

(八)函数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平面直角坐标系	√	√	√			
函数及其图象	√	√	√		√	
一次函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
反比例函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
二次函数的图象及性质	√	√	√	√	√	
函数图象及性质的应用	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)平面内的点与有序实数对之间的一一对应关系。
- (2)通过简单实例,了解常量、变量的意义。
- (3)结合实例,了解函数的概念和三种表示方法,能举出函数的实例。
- (4)数学中的运动变化的观点和数形结合的数学思想与数学方法。

2. 理解

- (1)平面直角坐标系的有关概念及平面内点的坐标的意义。
- (2)一次函数、正比例函数、反比例函数、二次函数的有关概念、图象及性质。
- (3)结合图象对简单的实际问题中的函数关系进行分析。

3. 掌握

- (1)用适当的函数表示法刻画某些实际问题中变量之间的关系。
- (2)确定简单的整式、分式和简单实际问题中的函数的自变量取值范围,并会求出函数值。
- (3)结合对函数关系的分析,尝试对变量的变化规律进行初步预测。

(4)会画出函数的图象,能从图象上认识函数的性质。

(5)根据已知条件确定一次函数、反比例函数表达式,并利用其性质解决简单的实际问题。

(6)会用配方法将数字系数的二次函数的表达式转化为 $y=a(x-h)^2+k(a \neq 0)$ 的形式。

(7)能根据已知条件确定二次函数的表达式;根据公式确定二次函数图象的顶点和对称轴,能根据图象或解析式确定抛物线的开口方向,并能利用其性质解决问题。

(8)会利用一次函数图象、二次函数图象求二元一次方程组和一元二次方程的近似解,并能利用方程组求两条直线的交点坐标。

4. 灵活运用

(1)一次函数、反比例函数、二次函数在实际生活中的应用。

(2)函数与其他数学知识的综合运用。

◆过程与方法

重视数学概念中蕴含的思想,注意从运动变化和联系对应的角度认识函数,借助实际问题情境,由具体到抽象去认识函数;通过函数应用举例,体现数学建模思想,重视数形结合的研究方法。

◆情感与态度

体验函数及图象描述实际问题的建模过程。认识到数学是解决实际问题 and 进行交流的重要工具,了解函数对促进社会进步和发展的作用。

(九)线段、角

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
直线、射线、线段	√	√				
角的比较与运算	√	√	√		√	√
余角和补角	√	√	√			
角的平分线及性质	√	√	√		√	

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过丰富实例进一步认识点、线、面。

(2)度、分、秒。

(3)补角、余角。

2. 理解

(1)线段的中点概念,两点的距离的概念。

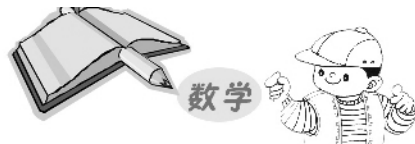
(2)角及角平分线的概念。

(3)等角的余(补)角相等。

3. 掌握

(1)“两点确定一条直线”、“两点之间,线段最短”。

(2)会比较两个角的大小,会计算角度的和与差。



(3)会进行角的度、分、秒简单换算。

(4)角平分线及性质。

◆过程与方法

通过符号、文字、图形的转化,化“无形”为“有形”,培养学生的几何语言的运用。

◆情感与态度

感受基本图形在现实生活中的应用。

(十)相交线、平行线

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
对顶角	√	√				
垂 线	√	√	√			
线段的垂直平分线	√	√	√		√	√
同位角、内错角、 同旁内角	√	√				
平行线的判定和 性质	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)对顶角、垂线、垂线段等概念,垂线段最短的性质。

(2)线段垂直平分线的概念。

2. 理解

(1)对顶角相等。

(2)点到直线的距离及两条平行直线之间的距离的意义。

(3)过一点有且只有一条直线垂直于已知直线。

(4)两直线平行的性质和判定。

(5)过直线外一点有且只有一条直线平行于已知直线。

3. 掌握

(1)会用平行线的判定和性质进行推理和计算。

(2)会用三角尺或量角器过一点画一条直线的垂线。

(3)会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。

(4)会度量两条平行线之间的距离。

(5)线段垂直平分线的性质。

4. 灵活运用

能综合运用平行线的判定及性质进行有关问题的探究。

◆过程与方法

学生经历平行线的判定及性质等简单推理过程,感受推理论证的作用。

◆情感与态度

通过对简单几何图形的认识,提高学生学习数学的兴趣。

(十一)三角形

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
三角形的有关概念	√					
三角形的稳定性	√					
三角形的内角和及外角和	√	√				
三角形中位线	√	√	√		√	
三角形的重心	√				√	
全等三角形	√	√	√	√	√	√
等腰三角形、等边三角形	√	√	√	√		
直角三角形及性质	√	√	√	√	√	
勾股定理及逆定理	√	√	√	√	√	√
尺规作图	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)三角形的有关概念及其稳定性。
- (2)三角形中位线的概念。
- (3)全等三角形、等腰三角形、等边三角形、直角三角形等有关概念。
- (4)勾股定理及其逆定理。
- (5)三角形的内角和。
- (6)三角形的重心及物理意义。
- (7)尺规作图的步骤。

2. 理解

- (1)三角形内角和定理及推论。
- (2)探索三角形中位线的性质。
- (3)探索两个三角形全等的条件。

- (4)探索等腰三角形的性质。
- (5)探索直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件。

3. 掌握

- (1)能画出任意三角形的角平分线、中线和高三。
- (2)三角形中位线的性质。
- (3)两个三角形全等的条件。
- (4)等腰三角形的性质和一个三角形是等腰三角形的条件;掌握等边三角形的性质。
- (5)直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件。
- (6)会用勾股定理解决简单问题,会用勾股定理的逆定理判定直角三角形。
- (7)尺规作图。

①完成以下基本作图:作一条线段等于已知线段,作一个角等于已知角,作角的平分线,作线段的垂直平分线。

②利用基本作图作三角形:已知三边作三角形;已知两边及其夹角作三角形;已知两角及其夹边作三角形;已知底边及底边上的高作等腰三角形。

③探索如何过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆。

④尺规作图题,会写已知、求作;不要求写出作法和证明。

4. 灵活运用

解决全等三角形、等腰三角形、直角三角形等知识与其他知识的综合问题。能利用勾股定理及其逆定理解决有关综合题。

◆过程与方法

在探索图形性质的过程中,发展几何直觉,体会证明的必要性,发展初步的演绎推理能力。

◆情感与态度

认识通过观察、实验、归纳、类比、推断可以获得数学猜想,体验数学活动充满着探索性和创造性,感受证明的必要性,证明过程的严谨性以及结论的确定性。

(十二) 四边形

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
多边形内角和、外角和	√	√			√	
正多边形	√					
平行四边形的判定和性质	√	√	√	√	√	√
矩形、菱形、正方形	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)多边形的内角和与外角和公式及正多边形的概念。

(2)平行四边形、矩形、菱形、正方形之间的关系。

(3)四边形的不稳定性。

2. 理解

多边形的内角和、外角和公式。

3. 掌握

(1)平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念。

(2)平行四边形、矩形、菱形、正方形的有关性质和判定。

4. 灵活运用

(1)综合运用各种特殊四边形的判定与性质,对问题进行探索性研究。

(2)综合运用各种特殊四边形的判定和性质,探索研究和“数与代数”知识综合的问题。

◆过程与方法

(1)经历特殊四边形性质的探索过程,丰富学生从事数学活动的经验和体验。

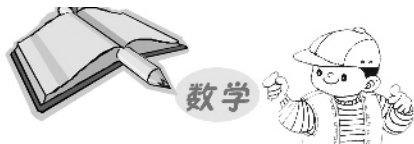
(2)结合特殊四边形性质和判定方法以及相关问题的证明,进一步培养和发展学生的逻辑思维能力和推理论证能力。

◆情感与态度

通过分析四边形与特殊四边形,以及平行四边形与各种特殊平行四边形概念之间的联系与区别,使学生认识到特殊与一般的关系,从而体会事物之间总是互相联系又是互相区别的,进一步培养学生的辩证唯物主义观点。

(十三)圆

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
圆的有关概念	√	√				
垂径定理	√	√	√	√		
弧、弦、圆心角的关系	√	√	√		√	√
圆周角与圆心角的关系	√	√	√		√	√
点与圆的位置关系	√	√	√		√	
直线与圆的位置关系	√	√	√		√	
切线的性质	√	√	√	√	√	√
切线长定理	√	√	√	√		
三角形的外接圆、内切圆	√	√				
弧长、扇形面积	√	√	√	√	√	√
正多边形概念及正多边形与圆的关系	√					



【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)等圆、等弧概念。
- (2)弧、弦、圆心角的关系。
- (3)圆周角与圆心角的关系、直径所对圆周角的特征。
- (4)点与圆、直线与圆的位置关系。
- (5)三角形的内心和外心。
- (6)切线的概念及切线的性质。
- (7)正多边形的概念及正多边形与圆的关系。

2. 理解

- (1)圆及其有关概念。
- (2)弧、弦、圆心角的关系,圆周角与圆心角的关系。
- (3)切线与过切点的半径之间的关系。
- (4)三角形的内切圆。
- (5)弧长、扇形面积。

3. 掌握

- (1)利用圆的相关概念及性质在较简单的背景中进行计算及证明。
- (2)利用垂径定理及推论进行计算和证明。
- (3)判断点与圆、直线与圆的位置关系。
- (4)过圆上一点画圆的切线。
- (5)利用切线长定理进行计算及证明。
- (6)计算弧长及扇形的面积。

4. 灵活运用

- (1)能综合运用圆的有关性质、切线性质等知识,对问题进行探索研究。
- (2)能够运用弧长、扇形等有关知识解决实际问题。

◆过程与方法

结合有关图形的探索过程,发展学生的逻辑思维能力和解决问题能力。

◆情感与态度

学生运用知识解决问题的同时,对学生进行辩证唯物主义世界观的教育。

(十四)视图与投影

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
中心投影、平行投影	√					
三视图	√	√	√		√	√
直棱柱、圆锥的侧面展开图	√	√			√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)直棱柱、圆锥的侧面展开图。
 (2)基本几何体与其三视图、展开图(球除外)之间的关系。
 (3)中心投影和平行投影。

2. 理解

基本几何体与其三视图、展开图(球除外)之间关系在现实生活中的应用。

3. 掌握

- (1)基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)的三视图。
 (2)简单物体的三视图。
 (3)能根据三视图描述基本几何体或实物原型。
 (4)能根据展开图判断和制作立体模型。

◆过程与方法

通过讨论简单立体图形(包括相应的平面展开图)与它的三视图相互转化,分析立体图形和平面图形之间的联系,初步建立空间观念,提高空间想象能力。

◆情感与态度

通过探索现实生活中的实物观察与制作,提高学习热情。

(十五)图形的轴对称

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
图形的轴对称	√					
作轴对称图形	√	√				
简单图形、基本图形的轴对称性	√	√	√		√	√
用轴对称进行图案设计	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

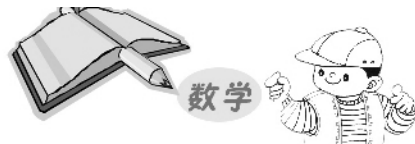
- (1)通过具体实例认识轴对称、轴对称图形及其性质。
 (2)欣赏现实生活中的轴对称图形。

2. 理解

对应点所连的线段被对称轴垂直平分的性质。

3. 掌握

- (1)按要求作出简单平面图形;探索简单图形之间的轴对称关系,并能指出对称轴。



(2)基本图形(等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆)的轴对称性及其相关性质。

(3)能利用图形的轴对称进行图案设计。

◆过程与方法

能初步应用轴对称知识解释生活中的现象及解决简单的实际问题。

◆情感与态度

在图案设计的过程中,体验几何图形的对称美。

(十六)图形的平移

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
平 移	√					
平移基本性质	√	√				
用平移进行图案设计	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

(1)通过具体实例认识平移。

(2)认识和欣赏平移在现实生活中的应用。

2. 理解

探索平移的基本性质,理解对应点连线平行且相等的性质。

3. 掌握

会用图形的平移,进行图案设计。

◆过程与方法

从感性到理性、从静态到动态逐步加深对平移的理解。

◆情感与态度

认识和欣赏平移在现实生活中的广泛应用。

(十七)图形的旋转

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
旋 转	√					
旋转基本性质	√	√	√		√	
中心对称	√	√	√			
图案设计	√	√	√		√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)通过具体实例认识旋转。
 (2)平行四边形、圆、线段、正多边形(边数是偶数)是中心对称图形。
 (3)欣赏旋转在现实生活中的应用。
 (4)了解中心对称、中心对称图形的概念。

2. 理解

(1)探索旋转的基本性质,理解对应点到旋转中心的距离相等、对应点与旋转中心连线所成的角彼此相等的性质。

(2)探索基本性质:成中心对称的两个图形中对应点连线经过对称中心,且被对称中心平分。

3. 掌握

轴对称、平移和旋转的组合进行图案设计。

◆过程与方法

经历探究图形变换、图案设计的过程,培养学生的动手操作能力。

◆情感与态度

利用图形变换进行图案设计,发挥学生的想象力,激发其学习兴趣。

(十八)图形的相似

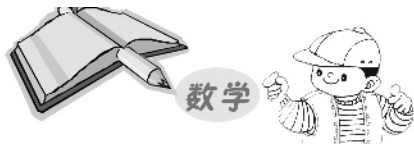
知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
线段的比	√					
成比例线段	√					
黄金分割	√					
相似多边形	√					
相似三角形的判定和性质	√					
位似图形	√				√	√
平行线分线段成比例	√	√	√			
利用相似解决实际问题	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)线段的比、成比例线段的概念,通过实例了解黄金分割。
 (2)相似三角形的概念。



- (3)认识图形的相似。
- (4)图形的位似。
- (5)比例的基本性质。
- (6)相似多边形和相似比。
- (7)相似三角形的判定和性质。
- (8)知道利用位似可以将一个图形放大或缩小。

2. 理解

会利用图形的相似解决一些简单的实际问题。

3. 掌握

基本事实:两条直线被一组平行线所截,所得的对应线段成比例,并能利用图形相似解决问题。

◆过程与方法

结合相似图形性质及相关知识解决简单的实际问题,培养学生的合理推理能力,发展学生的逻辑思维能力和推理论证的表达能力。

◆情感与态度

通过相似形与全等形之间的一般与特殊关系,向学生渗透辩证唯物主义观点。

(十九)锐角三角函数

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
正弦、余弦、正切	√	√	√			
特殊锐角的三角函数值	√	√	√	√		
解直角三角形	√	√	√	√	√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

通过实例认识锐角三角函数。

2. 理解

(1)正确应用 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ 表示直角三角形中两边的比。

(2)直角三角形中边与边的关系,角与角的关系和边与角的关系。

3. 掌握

(1) 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值,由已知三角函数值求出对应的锐角的度数。

(2)解直角三角形。

4. 灵活运用

运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题。

◆过程与方法

(1)通过锐角三角函数的学习过程,进一步认识函数,体会函数的变化与对应的思想。

(2)通过解直角三角形的过程,体会数学在解决实际问题中的作用。

◆情感与态度

实践——理论——实践的认识过程,调动学生学习数学的积极性,用丰富有趣的实际问题激发学生的学习兴趣。

(二十)图形与坐标

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
确定平面内点的位置	√	√	√			
用坐标表示轴对称、平移、旋转、位似	√	√	√	√	√	√
关于原点对称的点的坐标	√	√	√			

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

在同一直角坐标系中,感受图形变化后点的坐标的变化。

2. 理解

在方格纸上建立适当直角坐标系,描述物体的位置。

3. 掌握

会用坐标表示轴对称、平移、旋转、位似,会求关于原点对称的点的坐标。

4. 灵活运用

用不同的方式确定物体的位置。

◆过程与方法

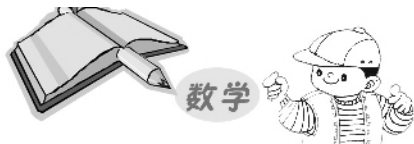
通过研究图形与坐标的关系,使学生感受到平面直角坐标系是数与形之间的桥梁,把坐标思想和图形变换的思想联系起来。

◆情感与态度

在观察、操作、想象的过程中,激发学生的学习兴趣。

(二十一)图形与证明

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
定义、命题、定理	√					
逆命题	√					
基本事实	√	√	√	√	√	√
利用基本事实证明命题	√	√	√	√	√	√



【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

- (1)证明的含义,定义、命题、定理的含义。
- (2)逆命题的概念,会识别两个互逆命题。
- (3)通过实例体会反证法的含义。
- (4)会区分命题的题设和结论。

2. 理解

- (1)证明的必要性。
- (2)通过具体的例子理解反例的作用,知道利用反例可以证明一个命题是错误的。

3. 掌握

用综合法证明的格式。

4. 灵活运用

综合所学的定义、基本事实、定理,按证明格式进行推理证明和计算。

注:(1)掌握以下基本事实,作为证明的依据:

- ①一条直线截两条平行直线所得的同位角相等。
- ②两条直线被第三条直线所截,若同位角相等,那么这两条直线平行。
- ③若两个三角形的两边及其夹角(或两角及其夹边,或三边)分别相等,则这两个三角形全等。
- ④全等三角形的对应边、对应角分别相等。

(2)利用(1)中的基本事实证明下列命题:

- ①平行线的性质定理(两条平行直线被第三条直线所截,内错角相等、同旁内角互补)和判定定理(内错角相等或同旁内角互补,则两直线平行)。
- ②三角形的内角和定理及推论(三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和)。
- ③直角三角形全等的判定定理。
- ④角平分线性质定理及逆定理。
- ⑤线段垂直平分线性质定理及逆定理。
- ⑥三角形中位线定理。
- ⑦等腰三角形、等边三角形、直角三角形的性质和判定定理。
- ⑧平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质和判定定理。

◆过程与方法

体会证明的必要性,发展演绎推理能力。

◆情感与态度

感受几何的演绎体系对数学发展和人类文明的价值。

(二十二)统计与概率

知识点	知识与技能				过程与方法	情感与态度
	了解	理解	掌握	灵活运用		
数据的收集与整理	√	√	√		√	√
总体、样本	√					
加权平均数	√	√	√			
众数、中位数	√	√	√			
频数、频率	√	√				
选择合适的统计图表进行数据整理	√	√	√	√	√	√
方差	√	√	√			
用样本估计总体	√	√	√	√	√	√
概率	√	√				
列举法求概率	√	√	√	√		√
用频率估计概率	√	√			√	√

【具体要求】

◆知识与技能

1. 了解

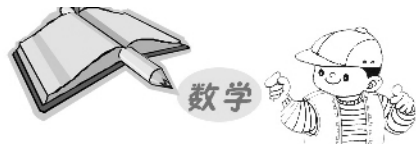
- (1)在具体问题中,加权平均数、众数、中位数、方差的意义。
- (2)频数分布的意义和作用。
- (3)样本估计总体的思想。
- (4)在具体情境中概率的意义。

2. 理解

- (1)在具体情境中计算众数、中位数,会计算加权平均数。
- (2)方差的计算方法,体会如何表示一组数据的离散程度。
- (3)通过实例,体会用样本估计总体的思想。
- (4)通过实验获得事件发生的概率。

3. 掌握

- (1)用扇形图表示数据。
- (2)平均数、加权平均数的计算公式,并能准确计算出样本平均数、加权平均数。会用样本平均数估计总体平均数。
- (3)方差计算公式,能正确计算样本方差,会根据同类问题的两组样本方差比较这两组样本数据的波动情况。
- (4)知道平均数、中位数和众数是从不同角度描述一组数据的集中趋势,会求样本平均数、



中位数、众数。

(5)整理数据的步骤和方法,会对数据进行合理的分组,列出样本频数分布表,画出频数分布直方图和频数折线图。

(6)会用列举法计算简单事件发生的概率。

4. 灵活运用

通过实例进一步丰富对统计和概率的认识,并能解决一些实际问题。

◆过程与方法

能收集、整理数学信息,根据统计结果作出合理的判断和预测。能用数字或图表等清楚地表达解决问题的过程,并解释结果的合理性。通过对解决问题过程的反思,获得解决问题的经验。

◆情感与态度

体现统计与概率和生活的密切联系。从事统计调查活动,经历数据处理的基本过程,得到人文方面教育。注重所学内容与日常生活、自然社会和科学技术领域的联系,使学生体会统计与概率对制定决策的重要作用。

(二十三)课题学习

◆具体目标

- (1)经历“问题情境——建立模型——求解——解释与应用”的基本过程。
- (2)体验数学知识之间的内在联系,初步形成对数学整体性的认识。
- (3)获得一些研究问题的方法和经验,发展思维能力,加深理解相关的数学知识。
- (4)通过获得成功的体验和克服困难的经历,增强应用数学的自信心。

四、考试形式及试卷结构

考试采用闭卷笔试形式。全卷满分为 120 分,考试时间为 120 分钟。大小试题 27 个,其中客观性试题 20 个(10 个选择题,10 个填空题),共 60 分;解答题 7 个,共 60 分。

中考数学试卷包括 I 卷和 II 卷。I 卷为选择题,II 卷为非选择题。数与代数、空间与图形、统计与概率、课题学习所占分数的百分比与它们在数学课程标准及教材中所规定的课时数的百分比大致相同,即数与代数约占 44%,空间与图形约占 42%,统计与概率约占 11%,课题学习约占 3%。

试题分为选择题、填空题和解答题三个大题,解答题题型可以是计算题、画图题、证明题、探究题、应用题、方案设计题、实验操作题、阅读理解题、开放题、综合题等。选择题是四选一型的单项选择题;填空题只要求直接填写结果,不必写出计算或推理过程,但填写的结果通常必须是最简单的,并且符合数学的习惯规定;解答题应写出文字说明、演算步骤或推理过程。

试题按其难易程度分为容易题、中等题和较难题。其中容易试题指难度系数在 0.70 以上的试题,中档试题指难度系数在 0.40~0.69 之间的试题,较难试题指难度系数在 0.39 以下的试题。

五、练习题

一、选择题(每小题3分,共计30分)

1. 在 $-2, -1, 0, 2$ 这四个数中,最大的数是().

- (A)
- -2
- (B)
- -1
- (C)
- 0
- (D)
- 2

【答案】D

(知识范围:有理数 题型:选择题 难度系数:0.80)

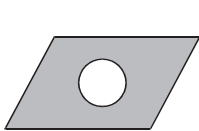
2. 下列运算正确的是().

- (A)
- $2^{-1} = -2$
- (B)
- $m^6 \div m^2 = m^4$
- (C)
- $\sqrt{9} = \pm 3$
- (D)
- $(mn^3)^3 = mn^6$

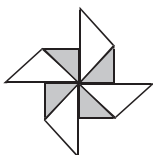
【答案】B

(知识范围:整式、二次根式 题型:选择题 难度系数:0.80)

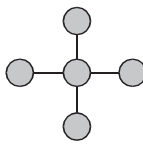
3. 下面的图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是().



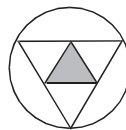
(A)



(B)



(C)



(D)

【答案】C

(知识范围:轴对称、中心对称 题型:选择题 难度系数:0.80)

4. 已知点 $M(-2, 3)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,则下列各点一定在该双曲线上的是().

- (A)
- $(-2, -3)$
- (B)
- $(3, -2)$
- (C)
- $(2, 3)$
- (D)
- $(3, 2)$

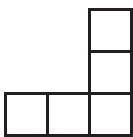
【答案】B

(知识范围:反比例函数 题型:选择题 难度系数:0.80)

5. 如图所示的几何体的左视图是().



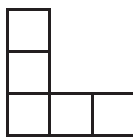
(A)



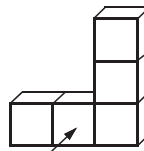
(B)



(C)

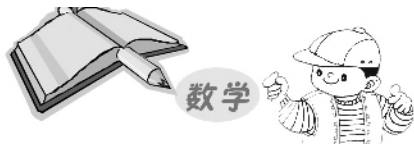


(D)

正面
(第5题图)

【答案】A

(知识范围:三视图 题型:选择题 难度系数:0.80)



6. 如图, AC 是电线杆 AB 的一根拉线, 测得 BC 的长为 6 米, $\angle ACB=50^\circ$, 则拉线 AC 的长为().

(A) $\frac{6}{\sin 50^\circ}$ 米

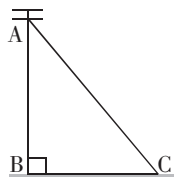
(B) $\frac{6}{\tan 50^\circ}$ 米

(C) $6\cos 50^\circ$ 米

(D) $\frac{6}{\cos 50^\circ}$ 米

【答案】D

(知识范围: 解直角三角形 题型: 选择题 难度系数: 0.80)



(第 6 题图)

7. 如图, 点 F 是矩形 ABCD 的边 CD 上一点, 射线 BF 交 AD 的延长线于点 E, 则下列结论错误的是().

(A) $\frac{ED}{EA} = \frac{DF}{AB}$

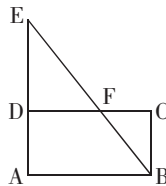
(B) $\frac{DE}{BC} = \frac{EF}{FB}$

(C) $\frac{BC}{DE} = \frac{BF}{BE}$

(D) $\frac{BF}{BE} = \frac{BC}{AE}$

【答案】C

(知识范围: 平行线分线段成比例 题型: 选择题 难度系数: 0.70)



(第 7 题图)

8. 某商品原价 168 元, 经过连续两次降价后的售价为 128 元, 设平均每次降价的百分数为 x , 则下面所列方程中正确的是().

(A) $168(1+x)^2=128$

(B) $168(1-x)^2=128$

(C) $168(1-2x)^2=128$

(D) $168(1-x^2)=128$

【答案】B

(知识范围: 一元二次方程的应用 题型: 选择题 难度系数: 0.75)

9. 如图, 等腰三角形 ABC 的周长为 21, 底边 BC 的长为 5, 腰 AB 的垂直平分线交 AB 于点 D, 交 AC 于点 E, 连接 BE, 则三角形 BEC 的周长为().

(A) 11

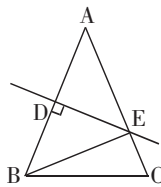
(B) 12

(C) 13

(D) 14

【答案】C

(知识范围: 等腰三角形、线段垂直平分线 题型: 选择题 难度系数: 0.65)



(第 9 题图)

10. 在一条笔直的公路上, 依次有 A、C、B 三地. 小明从 A 地途经 C 地前往距 A 地 20 千米的 B 地, 到 B 地休息一段时间后立即按原路返回到 A 地. 小明出发 4 小时的时候距离 A 地 12 千米. 小明去时从 C 地到 B 地, 返回时再由 B 地到 C 地(包括在 B 地休息的时间)共用 2 小时. 他与 A 地的距离 s (单位: 千米) 和所用的时间 t (单位: 小时) 之间的函数关系如图所示.

下列说法: ① 小明去时的速度为 10 千米/时; ② 小明在 B 地休息了 $\frac{2}{3}$ 小时; ③ 小明回来时的速度为 6 千米/时; ④ C 地与 A 地的距离为 15 千米, 其中正确的个数为().

(A) 1 个

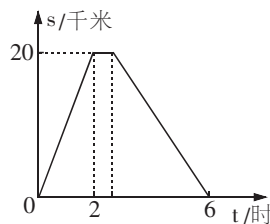
(B) 2 个

(C) 3 个

(D) 4 个

【答案】D

(知识范围: 一次函数、一元一次方程等 题型: 选择题 难度系数: 0.60)



(第 10 题图)

二、填空题(每小题 3 分,共计 30 分)

11. 将 1608 000 000 用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.608×10^9

(知识范围:科学记数法 题型:填空题 难度系数:0.80)

12. 在函数 $y = \frac{2x+1}{3x+2}$ 中,自变量 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq -\frac{2}{3}$

(知识范围:分式 题型:填空题 难度系数:0.80)

13. 计算 $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{8}$ 的结果是_____.

【答案】 $-\sqrt{2}$

(知识范围:二次根式 题型:填空题 难度系数:0.80)

14. 把多项式 $3a^2 - 6ab + 3b^2$ 分解因式的结果是_____.

【答案】 $3(a-b)^2$

(知识范围:因式分解 题型:填空题 难度系数:0.80)

15. 一个扇形的弧长是 20π cm,半径是 24cm,则此扇形的圆心角是_____度.

【答案】150

(知识范围:扇形 题型:填空题 难度系数:0.80)

16. 不等式组 $\begin{cases} 2x > 10 - 3x \\ 5 + x \geq 3x \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 $2 < x \leq \frac{5}{2}$

(知识范围:不等式组 题型:填空题 难度系数:0.80)

17. 把一些图书分给某班学生阅读,如果每人分 3 本,则剩余 20 本;如果每人分 4 本,则还缺 25 本,这个班的学生有_____人.

【答案】45

(知识范围:一元一次方程 题型:填空题 难度系数:0.75)

18. 在一个不透明的盒子中装有 6 个白球, n 个黄球,它们除颜色不同外,其余均相同.若从中随机摸出一个球,它是白球的概率为 $\frac{2}{3}$,则 $n =$ _____.

【答案】3

(知识范围:概率 题型:填空题 难度系数:0.80)

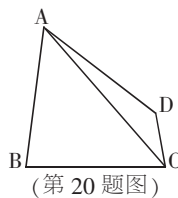
19. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6, AC=9$, 点 D 是 AB 边所在直线上的一点, 且 $AD=2$, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 边所在直线于点 E , 则 $CE=$ _____.

【答案】6 或 12

(知识范围: 平行线分线段成比例 题型: 填空题 难度系数: 0.65)

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = AB = BC$, 连接 AC , 且 $\angle ACD = 30^\circ$,

$$\tan \angle BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}, CD = 3, \text{ 则 } AC = \text{_____}.$$



【答案】 $6\sqrt{3}$

(知识范围: 解直角三角形、三角函数、等腰三角形、全等三角形、勾股定理等 题型: 填空题 难度系数: 0.50)

三、解答题(其中 21—22 题各 7 分, 23—24 题各 8 分, 25—27 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (本题 7 分)

先化简, 再求代数式 $\frac{x-y}{x} \div (x - \frac{2xy-y^2}{x})$ 的值, 其中 $x=2\tan 45^\circ, y=-2\sin 30^\circ$.

【答案】原式 $= \frac{x-y}{x} \div \frac{x^2-2xy+y^2}{x} = \frac{x-y}{x} \cdot \frac{x}{x^2-2xy+y^2} = \frac{x-y}{x} \cdot \frac{x}{(x-y)^2} = \frac{1}{x-y}$

$$x=2\tan 45^\circ = 2 \times 1 = 2 \quad y=-2\sin 30^\circ = -2 \times \frac{1}{2} = -1$$

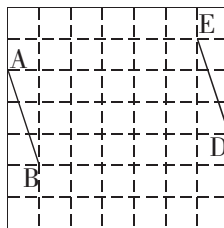
$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

(知识范围: 分式、因式分解、三角函数等 题型: 计算题 难度系数: 0.65)

22. (本题 7 分)

如图, 在每个小正方形的边长均为 1 的方格纸中, 有线段 AB 和线段 DE , 点 A, B, D, E 均在小正方形的顶点上.

(1) 在方格纸中画出以 AB 为一边的直角三角形 ABC , 点 C 在小正方形的顶点上, 且三角形 ABC 的面积为 $\frac{5}{2}$;

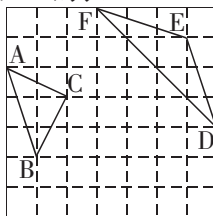


(第 22 题图)

(2) 在方格纸中画出以 DE 为一边、一个内角为钝角的等腰三角形 DEF , 点 F 在小正方形的顶点上, 且三角形 DEF 的面积为 4. 连接 CF , 请直接写出线段 CF 的长.

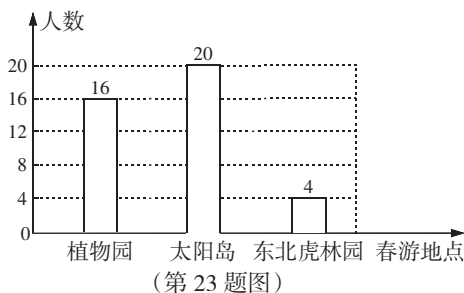
【答案】(1) 正确画图 (2) 正确画图 $CF=\sqrt{10}$

(知识范围: 等腰直角三角形、三角形的面积、勾股定理等 题型: 画图题 难度系数: 0.60)



23. (本题 8 分)

某学校准备组织八年级学生春游,供学生选择的春游地点分别是:植物园、太阳岛、东北虎林园. 每名学生只能选择其中一个春游地点(必选且只选一个). 该校从八年级学生中随机抽取了 a 名学生,对他们选择春游地点的情况进行调查,并根据调查结果绘制成如图所示的条形统计图.



- (1) 求 a 的值;
- (2) 求 a 名学生中选择去植物园春游的人数占所抽取人数的百分比是多少?
- (3) 如果该校八年级有 440 名学生,请你估计选择去太阳岛春游的学生有多少名?

【答案】(1) 解: $a=16+20+4=40$ (2) 解: $\frac{16}{40} \times 100\%=40\%$

$\therefore$ 选择去植物园春游的人数占所抽取人数的百分比为 40%

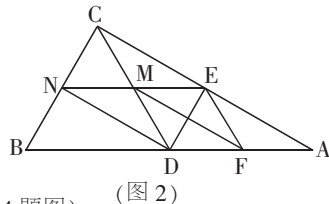
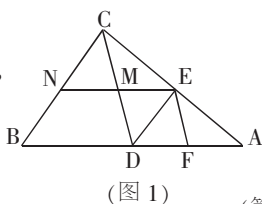
(3) 解: $440 \times \frac{20}{40} \times 100\%=220$ (名)

$\therefore$ 估计八年级 440 名学生中选择去太阳岛春游的学生有 220 名

(知识范围: 条形统计图、样本估计总体等 题型: 应用题 难度系数: 0.65)

24. (本题 8 分)

已知: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为 AB 上一点, 连接 CD , $\angle ADC$ 的平分线交 AC 于点 E , 过点 E 作 CD 、 AB 的平行线, 分别交 AB 、 CD 、 BC 于点 F 、 M 、 N .



- (1) 如图 1, 求证: 四边形 $DFEM$ 为菱形;

(2) 如图 2, 若 $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 为边 AB 的中点, 连接 DN 、 MF . 在不添加任何辅助线的情况下, 请直接写出图 2 中的所有平行四边形(不包括以 DF 为一边的平行四边形).

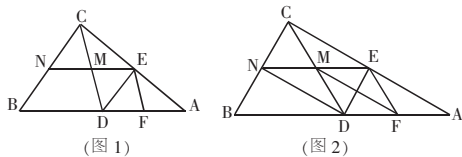
【答案】(1) 证明: 如图 1 $\because EM \parallel AB \therefore \angle DEM = \angle EDF$ 又 $\because EF \parallel CD$

$\therefore$ 四边形 $DFEM$ 为平行四边形

$\because DE$ 平分 $\angle ADC \therefore \angle EDM = \angle EDF$

$\therefore \angle EDM = \angle DEM \therefore ME = MD$

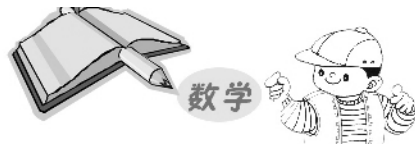
$\therefore$ 四边形 $DFEM$ 为菱形



- (2) 图 2 中除以 DF 为一边的平行四边形以外的所有平行四边形分别是:

$\square CEDN$ $\square BDEN$ $\square EMFA$ $\square CMFE$ $\square AEND$ (答对一个给 1 分)

(知识范围: 平行四边形、矩形、菱形等 题型: 开放题 难度系数: 0.60)



25. (本题 10分)

某学校计划从商店购买 A、B 两种商品，购买一个 A 种商品比购买一个 B 种商品多用 20 元，且购买 10 个 A 种商品和 5 个 B 种商品共需 275 元.

(1) 求购买一个 A 种商品、一个 B 种商品各需要多少元；

(2) 根据学校实际情况，该学校需要购买 B 种商品的个数是购买 A 种商品个数的 3 倍还多 18 个，经与商店洽谈，商店决定在该学校购买 A 种商品时给予八折优惠，如果该学校本次购买 A、B 两种商品的总费用不超过 1000 元，那么该学校最多可购买多少个 A 种商品？

【答案】(1) 解：设购买一个 A 种商品需要 x 元 购买一个 B 种商品需要 y 元

$$\text{根据题意得} \begin{cases} x-y=20 \\ 10x+5y=275 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=25 \\ y=5 \end{cases}$$

$\therefore$ 购买一个 A 种商品需要 25 元、购买一个 B 种商品需要 5 元

(2) 解：设学校购买 A 种商品 a 个 则购买 B 种商品 $(3a+18)$ 个

根据题意得 $80\% \times 25a + 5(3a+18) \leq 1000$ 解得 $a \leq 26$

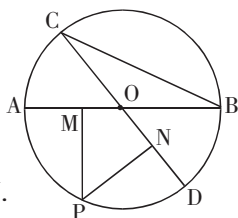
$\therefore$ 学校最多购买 26 个 A 种商品.

(知识范围：二元一次方程组、一元一次不等式 题型：应用题 难度系数：0.60)

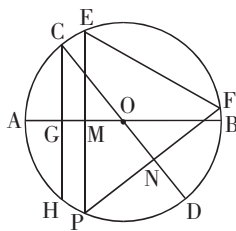
26. (本题 10 分)

已知：AB、CD 为 $\odot O$

两条直径，点 P 为 $\widehat{AD}$ 上一动点，过点 P 作 AB、CD 的垂线，垂足分别为点 M、N.

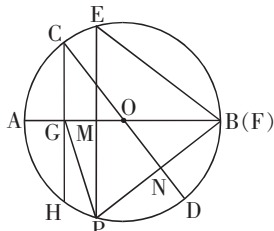


(图 1)



(图 2)

(第 26 题图)



(图 3)

(1) 如图 1，连接 BC.

求证： $\angle P = 2\angle B$ ；

(2) 如图 2，延长 PM、PN 分

别交 $\odot O$ 于点 E、F，连接 EF，过点 C 作 $CG \perp AB$ ，垂足为点 G，延长 CG 交 $\odot O$ 于点 H. 求证： $EF = CH$ ；

(3) 在(2)的条件下，如图 3，当点 F 与点 B 重合时，连接 GP，若 $EF = BG$ ， $AG = 5$ ，求 $\triangle GMP$ 的面积.

【答案】(1) 证明：如图 1 $\because PM \perp AB \quad PN \perp CD$

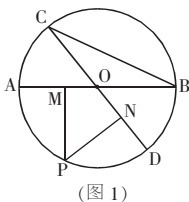
$$\therefore \angle PMO = \angle PNO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PMO + \angle PNO + \angle P + \angle MON = 360^\circ$$

$$\therefore \angle P + \angle MON = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOC + \angle MON = 180^\circ \quad \therefore \angle P = \angle AOC$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle B \quad \therefore \angle P = 2\angle B$$



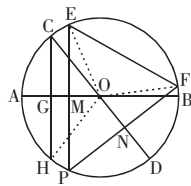
(图 1)

(2) 证明:如图2 连接 OE、OF、OH $\because$ 直径 $AB \perp CH \therefore \widehat{AC} = \widehat{AH}$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOH \therefore \angle COH = 2\angle AOC$$

$$\therefore \angle AOC = \angle P \quad \angle EOF = 2\angle P \therefore \angle EOF = 2\angle AOC$$

$$\therefore \angle EOF = \angle COH \therefore EF = CH$$



(图2)

(3) 解:如图3 $\because$ 直径 $AB \perp CH \therefore CG = GH \quad \angle CGO = 90^\circ \therefore EF = CH \therefore EF = 2CG$

$$\therefore EF = BG \therefore BG = 2CG \text{ 设 } CG = a \text{ 则 } BG = EF = 2a$$

$$\therefore AG = 5 \therefore AB = 2a + 5 \therefore OA = OC = \frac{2a+5}{2} \therefore OG = \frac{2a-5}{2}$$

$$\therefore OC^2 = CG^2 + OG^2 \therefore \left(\frac{2a+5}{2}\right)^2 = a^2 + \left(\frac{2a-5}{2}\right)^2$$

$$\text{解得 } a_1 = 0 (\text{舍}) \quad a_2 = 10 \therefore OC = \frac{25}{2} \quad CG = 10$$

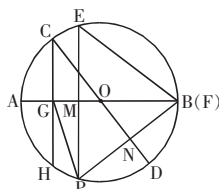
$$\therefore BP \perp CD \therefore \angle CGO = \angle BNO = 90^\circ \therefore \angle COG = \angle BON \therefore \angle OCG = \angle PBM$$

$$\therefore \cos \angle PBM = \cos \angle OCG = \frac{CG}{OC} = \frac{10}{\frac{25}{2}} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \text{直径 } AB \perp EP \therefore \widehat{BE} = \widehat{BP} \therefore BE = BP = 20 \therefore \cos \angle PBM = \frac{BM}{BP} = \frac{BM}{20} = \frac{4}{5} \therefore BM = 16$$

$$\therefore PM = \sqrt{PB^2 - BM^2} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \therefore BG = 20 \quad BM = 16 \therefore MG = 4$$

$$\therefore \triangle GMP \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times PM \times MG = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24$$



(图3)

(知识范围:垂径定理、圆周角定理、圆心角、弧、弦的关系、勾股定理、全等三角形、三角形面积、解直角三角形等 题型:探究题 难度系数:0.40)

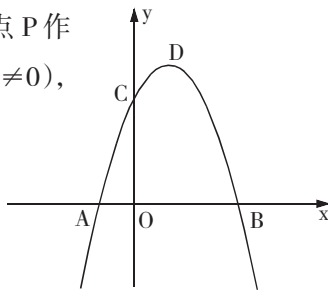
27. (本题 10 分)

如图,在平面直角坐标系中,点 O 为坐标原点,抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于 A(-1,0)、B(3,0) 两点,与 y 轴相交于点 C,顶点为 D.

(1) 求抛物线的解析式;

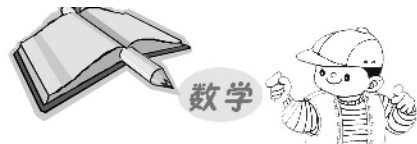
(2) 连接 BC,横坐标为 m 的点 P 为线段 BC 上的一个动点,过点 P 作 y 轴的平行线交抛物线于点 F、交 x 轴于点 N,设线段 PF 的长为 d ($d \neq 0$),求 d 与 m 之间的函数关系式(不要求写出自变量 m 的取值范围);

(3) 在(2)的条件下,设 BC 与该抛物线的对称轴交于点 E,是否存在 m 值,使四边形 PEDF 为平行四边形? 若存在,求出 m 的值;若不存在,请说明理由.



$$\text{解: (1)} \because A(-1,0) \quad B(3,0) \therefore \begin{cases} 0 = -1 - b + c \\ 0 = -9 + 3b + c \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{该抛物线的解析式为 } y = -x^2 + 2x + 3$$



(2) 设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b_1$

$$\because B(3,0) \quad C(0,3) \quad \therefore \begin{cases} 3k+b_1=0 \\ b_1=3 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k=-1 \\ b_1=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=-x+3$

在 $y=-x+3$ 中 当 $x=m$ 时 $y=-m+3 \quad \therefore P(m, -m+3)$

$\because$ FN 平行于 y 轴 $\therefore$ FN 垂直于 x 轴

$\therefore$ 在 $y=-x^2+2x+3$ 中 当 $x=m$ 时 $FN=-m^2+2m+3 \quad PN=-m+3$

$\therefore d=FN-PN=-m^2+2m+3-(-m+3)=-m^2+3m \quad \therefore d=-m^2+3m$

(3) 存在 $\because A(-1,0) \quad B(3,0) \quad \therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$

在 $y=-x^2+2x+3$ 中 当 $x=1$ 时 $y=4 \quad \therefore D(1,4)$

在 $y=-x+3$ 中 当 $x=1$ 时 $y=-1+3=2 \quad \therefore E(1,2)$

$\therefore DE=4-2=2 \quad \because PF \parallel DE \quad \therefore$ 当 $PF=DE$ 时 四边形 PEDF 为平行四边形

由 $-m^2+3m=2$ 解得 $m_1=2, m_2=1$ (不合题意, 舍去)

$\therefore$ 当 $m=2$ 时 四边形 PEDF 为平行四边形

(知识范围: 二次函数、一次函数、点的坐标、平行四边形等 题型: 综合题 难度系数: 0.39)

