

济南市 2018 年初中学业水平考试纲要

数 学

I. 命题原则

一、命题依据中华人民共和国教育部颁布的《义务教育数学课程标准》(2011 年版)和济南市教育局颁布的《济南市 2018 年初中学生毕业评价及学业水平考试实施意见》(济教行字[2018]5 号)。

二、命题结合我市初中数学教学实际,体现数学学科性质和特点,突出能力立意,注重考查学生的数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验,注重考查学生分析问题、解决问题的能力,全面考查学生的数学素养。

三、命题保持相对稳定,体现新课程理念,重在引领学生主动学习,培养学生良好的思维习惯,不断提高学生的创新精神和实践能力。

四、命题力求科学、准确、公平、规范,试卷应有较高的信度、效度,必要的区分度和适当的难度。

II. 考试内容与要求

一、考试范围

考试范围是《义务教育数学课程标准》(2011 年版)第三学段(七年级—九年级)中“数与代数”、“图形与几何”、“统计与概率”、“综合与实践”四个领域的知识内容。

二、知识要求

各部分知识的整体要求及其定位参照《义务教育数学课程标准》(2011 年版)相应的有关说明。对知识的要求分为了解、理解、掌握、运用四个层次,基本含义如下:

1. 了解:从具体实例中知道或举例说明对象的有关特征;根据对象的特征,从具体情境中辨认或者举例说明对象。同类词有“知道”,“初步认识”。
2. 理解:描述对象的特征和由来,阐述此对象与相关对象之间的区别和联系。同类词有“认识”,“会”。
3. 掌握:在理解的基础上,把对象用于新的情境。同类词有“能”。
4. 运用:综合使用已掌握的对象,选择或创造适当的方法解决问题。同类词有“证明”。

三、能力要求

数学能力及核心素养主要指数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识、创新意识。

1. 数感:能够理解现实生活中数的意义,理解或表述具体情境中的数量关系。
2. 符号意识:能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律;知道使用符号可以进行运算和推

理，得到的结论具有一般性；理解符号的使用是数学表达和进行数学思考的重要形式。

3. 空间观念：能根据物体特征抽象出几何图形，根据几何图形想象出所描述的实际物体；想象出物体的方位和相互之间的位置关系；描述图形的运动和变化；依据语言的描述画出图形。

4. 几何直观：会利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。

5. 数据分析观念：能够收集数据，通过分析做出判断，体会数据中蕴涵的信息；了解对于同样的数据可以有多种分析的方法，需要根据问题的背景选择合适的方法；通过数学分析体验随机性，一方面对于同样的事情每次收集到的数据可能不同；另一方面，只要有足够的数据就可能从中发现规律。

6. 运算能力：能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力；理解运算的算理，能根据问题条件，寻求合理简洁的运算途径解决问题；能根据要求对数据进行估算。

7. 推理能力：能从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果。能从已有的事实（包括定义、公理、定理等）和确定的规则（包括运算的定义、法则、顺序等）出发，按照逻辑推理的法则证明和计算。

8. 模型思想：能从现实生活或具体情境中抽象出数学问题，用数学符号建立方程、不等式、函数等表示数学问题的数量关系和变化规律，求出结果并讨论结果的意义。

9. 应用意识：有意识利用数学的概念、原理和方法解释现实世界的现象，解决现实世界中的问题；认识到现实生活中蕴涵着大量与数量和图形有关的问题，这些问题可以抽象成数学问题，用数学的方法予以解决。

10. 创新意识：能够独立思考，灵活和综合地运用所学的数学知识、思想和方法，创造性的提出问题、分析问题和解决问题。

四、具体考试内容及要求

（一）数与代数

（I）数与式

1. 有理数

(1) 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，能比较有理数的大小。

(2) 借助数轴理解相反数和绝对值的意义，掌握求有理数的相反数与绝对值的方法，知道 $|a|$ 的含义（这里 a 表示有理数）。

(3) 理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算（以三步以内为主）。

(4) 理解有理数的运算律，能运用运算律简化运算。

(5) 能运用有理数的运算解决简单的问题。

2.实数

- (1)了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、算术平方根、立方根。
- (2)了解乘方与开方互为逆运算，会用平方运算求百以内整数的平方根，会用立方运算求百以内整数（对应的负整数）的立方根。
- (3)了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应，能求实数的相反数与绝对值。
- (4)能用有理数估计一个无理数的大致范围。
- (5)了解近似数。
- (6)了解二次根式、最简二次根式的概念，了解二次根式（根号下仅限于数）加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关的简单四则运算。

3.代数式

- (1)了解代数式，理解用字母表示数的意义。
- (2)能用代数式表示具体问题中的简单数量关系。
- (3)会求代数式的值；能根据特定的问题找到所需要的公式，并代入具体的值进行计算。

4.整式与分式

- (1)了解整数指数幂的意义和基本性质；会用科学记数法表示数。
- (2)理解整式的概念，掌握合并同类项和去括号的法则，能进行简单的整式加、减运算；能进行简单的整式乘法运算（其中的多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）。
- (3)能推导乘法公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ； $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单计算。
- (4)能用提公因式法、公式法（直接用公式不超过二次）进行因式分解（指数是正整数）。
- (5)了解分式和最简分式的概念，能利用分式的基本性质进行约分和通分；能进行简单的分式加、减、乘、除运算。

（Ⅱ）方程与不等式

1. 方程与方程组

- (1)能够根据具体问题中的数量关系列出方程。
- (2)经历估计方程解的过程。
- (3)掌握等式的基本性质。
- (4)能解一元一次方程、可化为一元一次方程的分式方程。
- (5)掌握代入消元法和加减消元法，能解二元一次方程组。
- (6)理解配方法，能用因式分解法、公式法、配方法解数字系数的一元二次方程。
- (7)会用一元二次方程根的判别式判别方程是否有实根和两个实根是否相等。

(8)能根据具体问题的实际意义，检验方程的解是否合理。

2. 不等式与不等式组

(1)了解不等式的意义，探索不等式的基本性质。

(2)能解数字系数的一元一次不等式，并能在数轴上表示出解集；会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集。

(3)能够根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题。

(III) 函数

1. 函数

(1)了解常量、变量的意义。

(2)了解函数的概念和三种表示方法，能举出函数的实例。

(3)能结合图象对简单实际问题中的函数关系进行分析。

(4)能确定简单实际问题中的函数自变量的取值范围，并会求出函数值。

(5)能用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系。

(6)能对变量的变化情况进行初步讨论。

2. 一次函数

(1)能根据已知条件确定一次函数表达式。

(2)会利用待定系数法确定一次函数的表达式。

(3)能画出一一次函数的图象，根据一次函数的图象和表达式 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 理解 $k>0$ 或 $k<0$ 时，图象的变化情况。

(4)理解正比例函数。

(5)体会一次函数与二元一次方程的关系。

(6)能用一次函数解决简单实际问题。

3. 反比例函数

(1)能根据已知条件确定反比例函数表达式。

(2)能画出反比例函数的图象，根据图象和表达式 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 理解 $k>0$ 或 $k<0$ 时，图象的变化情况。

(3)能用反比例函数解决简单实际问题。

4. 二次函数

(1)通过对实际问题的分析，体会二次函数的意义。

(2)会用描点法画出二次函数的图象，通过图象了解二次函数的性质。

(3)会用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ ($k \neq 0$) 的形式，并能由此得到二次

函数图象的顶点坐标，说出图象的开口方向，画出图象的对称轴，并能解决简单实际问题。

(4)会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。

(二) 图形与几何

(I) 图形的性质

1. 点、线、面、角

(1)通过实物和具体模型，了解从物体抽象出来的几何体、平面、直线和点等。

(2)会比较线段的长短，理解线段的和、差，以及线段中点的意义。

(3)掌握基本事实：两点确定一条直线。

(4)掌握基本事实：两点之间线段最短。

(5)理解两点间距离的意义，能度量两点间的距离。

(6)理解角的概念，能比较角的大小。

(7)认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差。

2. 相交线与平行线

(1)理解对顶角、余角、补角等概念，掌握对顶角相等，同角（等角）的余角相等、同角（等角）的补角相等的性质。

(2)理解垂线、垂线段等概念，能用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线。

(3)理解点到直线的距离的意义，能度量点到直线的距离。

(4)掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

(5)识别同位角、内错角、同旁内角。

(6)理解平行线的概念；掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

(7)掌握基本事实：过直线外一点有且仅有一条直线与这条直线平行。

(8)掌握平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等。

(9)能用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。

(10)证明平行线的判定定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么这两条直线平行；证明平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等（或同旁内角互补）。

(11)了解平行于同一条直线的两条直线平行。

3. 三角形

(1)理解三角形及其内角、外角、中线、高线、角平分线等概念，了解三角形的稳定性。

(2)证明三角形的内角和定理。掌握它的推论：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和。证明三

三角形的任意两边之和大于第三边。

(3)理解全等三角形的概念，能识别全等三角形中的对应边、对应角。

(4)掌握基本事实：两边及其夹角分别相等的两个三角形全等。

(5)掌握基本事实：两角及其夹边分别相等的两个三角形全等。

(6)掌握基本事实：三边分别相等的两个三角形全等。

(7)证明定理：两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等。

(8)证明角平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等；反之，角的内部到角两边距离相等的点在角的平分线上。

(9)理解线段垂直平分线的概念，证明线段垂直平分线的性质定理：线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等；反之，到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上。

(10)了解等腰三角形的概念，证明等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两底角相等；底边上的高线、中线及顶角平分线重合。掌握等腰三角形的判定定理：有两个角相等的三角形是等腰三角形。掌握等边三角形的性质定理：等边三角形的各角都等于 60° ，及等边三角形的判定定理：三个角都相等的三角形（或有一个角是 60° 的等腰三角形）是等边三角形。

(11)了解直角三角形的概念，掌握直角三角形的性质定理：直角三角形的两个锐角互余，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。掌握有两个角互余的三角形是直角三角形。

(12)能运用勾股定理及其逆定理解决一些简单的实际问题。

(13)掌握判定直角三角形全等的“斜边，直角边”定理。

(14)了解三角形重心的概念。

4. 四边形

(1)了解多边形的定义，多边形的顶点、边、内角、外角、对角线等概念；掌握多边形内角和与外角和公式。

(2)理解平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念，以及它们之间的关系；了解四边形的不稳定性。

(3)证明平行四边形的性质定理：平行四边形的对边相等、对角相等、对角线互相平分；证明平行四边形的判定定理：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；对角线互相平分的四边形是平行四边形。

(4)了解两条平行线之间距离的意义，能度量两条平行线之间的距离。

(5)证明矩形、菱形、正方形的性质定理：矩形的四个角都是直角，对角线相等；菱形的四条边相等，对角线互相垂直；以及它们的判定定理：三个角是直角的四边形是矩形，对角线相等的平行四边形是矩形；四边相等的四边形是菱形，对角线互相垂直的平行四边形是菱形。正方形具有矩形和菱形的一切性质。

(6)证明三角形的中位线定理。

5. 圆

(1)理解圆、弧、弦、圆心角、圆周角的概念，了解等圆、等弧的概念；了解点与圆的位置关系。

(2)了解并证明圆周角定理及其推论：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半；直径所对圆周角是直角； 90° 的圆周角所对的弦是直径；圆内接四边形的对角互补。

(3)知道三角形的内心和外心。

(4)了解直线和圆的位置关系，掌握切线的概念及切线与过切点的半径的关系，会用三角尺过圆上一点画圆的切线。

(5)会计算圆的弧长及扇形的面积。

(6)了解正多边形的概念及正多边形与圆的关系。

6. 尺规作图

(1)能用尺规完成以下基本作图：作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作一个角的平分线；作一条线段的垂直平分线；过一点作已知直线的垂线。

(2)会利用基本作图作三角形：已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高作等腰三角形；已知一直角边和斜边作直角三角形。

(3)会利用基本作图完成：过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的外接圆、内切圆；作圆的内接正方形和正六边形。

(4)在尺规作图中，了解作图的道理，保留作图的痕迹，不要求写出作法。

7. 定义、命题、定理

(1)了解定义、命题、定理、推论的意义。

(2)会区分命题的条件和结论，了解原命题及其逆命题的概念。会识别两个互逆的命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立。

(3)知道证明的意义和证明的必要性，知道证明要合乎逻辑，知道证明的过程可以有不同的表达形式，会综合法证明的格式。

(4)了解反例的作用，知道利用反例可以判断一个命题是错误的。

(II) 图形的变化

1. 图形的轴对称

(1)了解轴对称的概念，理解它的基本性质：成轴对称的两个图形中，对应点的连线被对称轴垂直平分。

(2)能画出简单平面图形（点、线段、直线、三角形）关于给定对称轴的对称图形。

(3)了解轴对称图形的概念；掌握等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆的轴对称性质。

(4)认识自然界和现实生活中的轴对称图形。能运用轴对称解决有关问题。

2. 图形的旋转

(1)通过具体实例认识平面图形关于旋转中心的旋转。探索它的基本性质：一个图形和它经过旋转所得到的图形中，对应点到旋转中心的距离相等，两组对应点分别与旋转中心连线所成的角相等。能运用旋转解决有关问题。

(2)了解中心对称、中心对称图形的概念，理解它的基本性质：成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分。

(3)掌握线段、平行四边形、正多边形、圆的中心对称性质。

(4)认识并欣赏自然界和现实生活中的中心对称图形。

3. 图形的平移

(1)通过具体实例认识平移，理解它的基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等。

(2)认识平移在自然界和现实生活中的应用。

(3)运用图形的轴对称、旋转、平移进行图案设计。

4. 图形的相似

(1)了解比例的基本性质、线段的比、成比例线段；了解黄金分割。

(2)认识图形的相似。了解相似多边形和相似比。

(3)掌握基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。

(4)了解三角形相似的判定定理：两角分别相等的两个三角形相似；两边成比例且夹角相等的两个三角形相似；三边成比例的两个三角形相似。

(5)了解相似三角形的性质定理：相似三角形对应线段的比等于相似比；面积比等于相似比的平方。

(6)了解图形的位似，知道利用位似将一个图形放大或缩小。

(7)会利用图形的相似解决一些简单的实际问题。

(8)利用相似的直角三角形，认识锐角三角函数（ $\sin A$ ， $\cos A$ ， $\tan A$ ），知道 30° ， 45° ， 60° 角的三角函数值。

(9)能用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题。

5. 图形的投影

(1)了解中心投影和平行投影的概念。

(2)会画直棱柱、圆柱、圆锥、球的主视图、左视图、俯视图，能判断简单物体的视图，并会根据视图描述简单的几何体。

(3)了解直棱柱、圆锥的侧面展开图，能根据展开图想象和制作实物模型。

(4)了解上述视图与展开图在现实生活中的应用。

（III）图形与坐标

1. 坐标与图形位置

(1)结合实例进一步体会用有序数对可以表示物体的位置。

(2)理解平面直角坐标系的有关概念，能画出直角坐标系；在给定的直角坐标系中，能根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标。

(3)在实际问题中，能建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。

(4)对给定的正方形，会选择合适的直角坐标系，写出它的顶点坐标，体会可以用坐标刻画一个简单图形。

(5)在平面上，能用方位角和距离刻画两个物体的相对位置。

2. 坐标与图形运动

(1)在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，能写出一个已知顶点坐标的多边形的对称图形的顶点坐标，并知道对应顶点坐标之间的关系。

(2)在直角坐标系中，能写出一个已知顶点坐标的多边形沿坐标轴方向平移后图形的顶点坐标，并知道对应顶点坐标之间的关系。

(3)在直角坐标系中，了解将一个多边形依次沿两个坐标轴方向平移后所得到的图形与原来的图形具有平移关系，体会图形顶点坐标的变化。

(4)在直角坐标系中，了解将一个多边形的顶点坐标（有一个顶点为原点、有一条边在横坐标轴上）分别扩大或缩小相同倍数时所对应的图形与原图形是位似的。

（三）统计与概率

（I）抽样与数据分析

1. 了解数据处理的过程。

2. 了解简单随机抽样。

3. 会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据。

4. 理解平均数的意义，能计算中位数、众数、加权平均数，了解它们是数据集中趋势的描述。

5. 会计算简单数据的方差。

6. 了解频数、频数分布的意义，能画频数直方图，并能用频数直方图解释数据中蕴涵的信息。

7. 知道通过样本平均数、样本方差推断总体的平均数和总体方差。

8. 能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。

9. 通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。

（II）事件的概率

1. 能通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能

的结果，了解事件的概率。

2. 知道通过大量的重复试验，可以用频率来估计概率。

(四) 综合与实践

1. 结合实际情境，经历设计解决具体问题的方案，并加以实施的过程，体验建立模型、解决问题的过程，并在此过程中，尝试发现和提出问题。

2. 会反思参与活动的全过程，将研究的过程和结果形成报告和小论文并能进行交流，进一步获得数学活动经验。

3. 通过对有关问题的探讨，了解所学过知识(包括其他学科知识)之间的关联，进一步理解有关知识，发展应用意识和能力。

III. 考试形式及试卷结构

一、考试形式

采用闭卷、笔试形式。考试限定用时为 120 分钟。

二、试卷结构

试卷分为第 I 卷和第 II 卷，满分为 150 分。第 I 卷为单项选择题，共 12 题，每题 4 分，共 48 分。第 II 卷为填空题和解答题。填空题共 6 题，每题 4 分，共 24 分。填空题要求只填写结果，不必写出计算过程或推证过程。解答题包括计算题、推证题、应用题、作图题等，共 9 题，共 78 分。解答题应写出文字说明、演算步骤或推证过程。

考试不允许使用计算器。

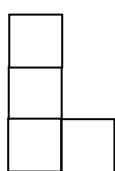
IV. 题型示例

数学试题

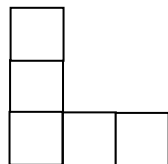
第I卷（选择题 共48分）

一、选择题（本大题共12个小题，每小题4分，共48分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

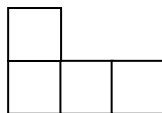
1. 如图所示的几何体，它的左视图是



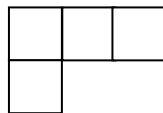
A.



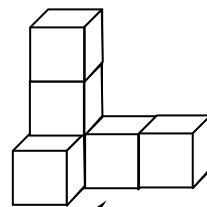
B.



C.



D.



正面
第1题图

2. 2017年5月5日国产大型客机C919首飞成功圆了中国人的“大飞机梦”，它颜值高性能好，全长近39米，最大载客人数168人，最大航程约5550公里．数字5550用科学记数法表示为

A. 0.555×10^4

B. 5.55×10^3

C. 5.55×10^4

D. 55.5×10^2

3. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 l 与 a, b 分别相交于 A, B 两点， $AC \perp AB$ 交 b 于点 C ， $\angle 1 = 40^\circ$ ，

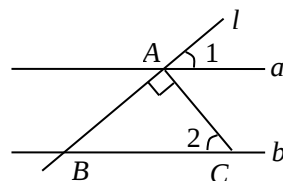
则 $\angle 2$ 的度数是

A. 40°

B. 45°

C. 50°

D. 60°



第3题图

4. 下列运算正确的是

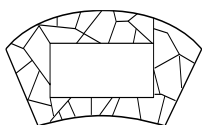
A. $a^2 + a = 2a^3$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

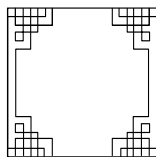
C. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

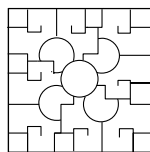
5. 中国古代建筑中的窗格图案美观大方、寓意吉祥，以下给出的图片中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



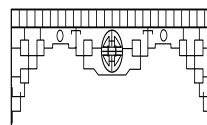
A.



B.



C.



D.

6. 化简 $\frac{a^2+ab}{a-b} \div \frac{ab}{a-b}$ 的结果是

A. a^2

B. $\frac{a^2}{a-b}$

C. $\frac{a-b}{b}$

D. $\frac{a+b}{b}$

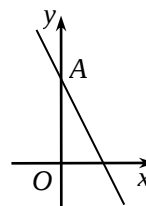
7. 关于 x 的方程 $x^2+5x+m=0$ 有一个根为 -2 ，则另一个根为

A. -6

B. -3

C. 3

D. 6



第8题图

8. 如图，若一次函数 $y=-2x+b$ 的图象交 y 轴于点 $A(0, 3)$ ，则不等式 $-2x+b>0$ 的解集为

A. $x > \frac{3}{2}$

B. $x > 3$

C. $x < \frac{3}{2}$

D. $x < 3$

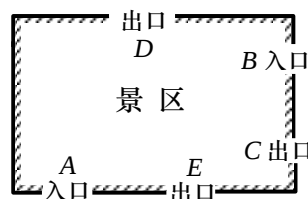
9. 如图，五一旅游黄金周期间，某景区规定 A 和 B 为入口， C, D, E 为出口，小红随机选一个入口进入景区，游玩后任选一个出口离开，则她选择从 A 口进入，从 C, D 口离开的概率是

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{2}{3}$



第9题图

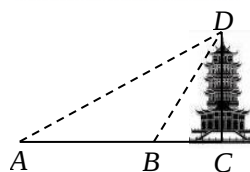
10. 济南大明湖畔的“超然楼”被称作“江北第一楼”。某校数学社团的同学对超然楼的高度进行了测量。如图，他们在 A 处仰望塔顶，测得仰角为 30° ，再往楼的方向前进 60m 至 B 处，测得仰角为 60° ，若学生的身高忽略不计， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ，结果精确到 1m ，则该楼的高度 CD 为

A. 47m

B. 51m

C. 53m

D. 54m



第10题图

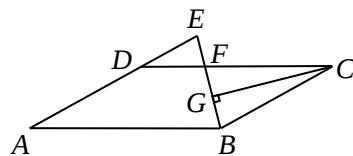
11. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=12$ ， $AD=8$ ， $\angle ABC$ 的平分线交 CD 于点 F ，交 AD 的延长线于点 E ， $CG \perp BE$ ，垂足为 G ，若 $EF=2$ ，则线段 CG 的长为

A. $\frac{15}{2}$

B. $4\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{15}$

D. $\sqrt{55}$



第11题图

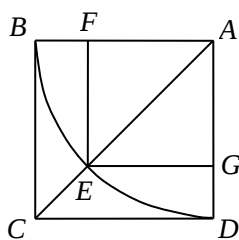
12. 如图1，有一正方形广场 $ABCD$ ，图形中的线段均表示直行道路， BD 表示一条以 A 为圆心，以 AB 为半径的圆弧形道路。如示意图2，在该广场的 A 处有一路灯， O 是灯泡，夜晚小齐同学沿广场道路散步时，影子长度随行走路程的变化而变化，设他步行的路程为 x (m) 时，相应影子的长度为 y (m)，根据他步行的路线得到 y 和 x 之间关系的大致图象如图3，则他行走的路线是

A. $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow G$

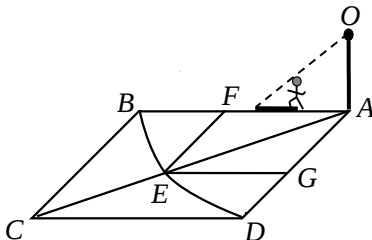
B. $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C$

C. $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F$

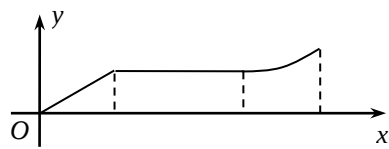
D. $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C$



第12题图1



第12题图2



第12题图3

第 II 卷（非选择题 共 102 分）

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分.）

13. 分解因式： $x^2 - 4x + 4 =$ _____.

14. 若代数式 $\frac{6}{x+2}$ 与 $\frac{4}{x}$ 的值相等，则 $x =$ _____.

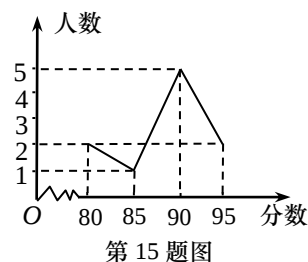
15. 在学校的歌咏比赛中，10 名选手的成绩如统计图所示，

则这 10 名选手成绩的众数是_____.

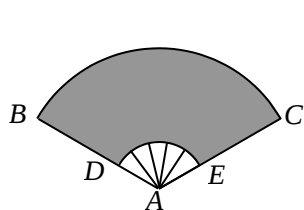
16. 如图，扇形纸扇完全打开后，扇形 ABC 的面积为 $300\pi\text{cm}^2$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $BD = 2AD$ ，则 BD 的长度为_____cm.

17. 如图，过点 O 的直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点， $A(2, 1)$ ，直线 $BC \parallel y$ 轴，与反比例函数 $y = \frac{-3k}{x}$ ($x < 0$) 的图象交于点 C ，连接 AC ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

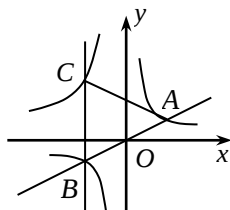
18. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，把从点 P 出发沿纵或横方向到达 Q （至多拐一次弯）的路径长称为 P, Q 的“实际距离”. 如图，若 $P(-1, 1)$ ， $Q(2, 3)$ ，则 P, Q 的“实际距离”为 5，即 $PS + SQ = 5$ 或 $PT + TQ = 5$. 环保低碳的共享单车，正成为市民出行喜欢的交通工具，设 A, B, C 三个小区的坐标为 $A(3, 1)$ ， $B(5, -3)$ ， $C(-1, -5)$ ，若点 M 表示单车停放点，且满足 M 到 A, B, C 的“实际距离”相等，则点 M 的坐标为_____.



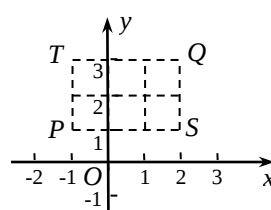
第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. (本小题满分 6 分)

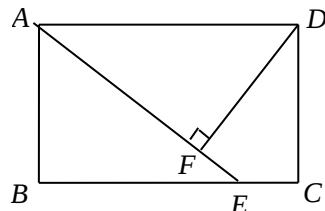
计算： $2^{-1} + \sqrt{4} - \sin 30^\circ + |-2|$

20. (本小题满分 6 分)

解不等式组：
$$\begin{cases} 2x + 1 \leq 7, & \text{①} \\ 3 + 2x \geq 1 + x. & \text{②} \end{cases}$$

21. (本小题满分 6 分)

如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = AE$ ， $DF \perp AE$ 于点 F ，求证： $AB = DF$.



第 21 题图

22. (本小题满分 8 分)

学生在素质教育基地进行社会实践活动，帮助农民伯伯采摘了黄瓜和茄子共 40 kg，了解到这些蔬菜的种植成本共 42 元，还了解到如下信息：

- (1) 请问采摘的黄瓜和茄子各多少千克？
 (2) 这些采摘的黄瓜和茄子可赚多少元？

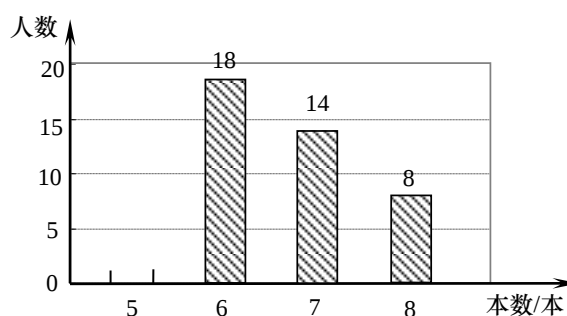
黄瓜的种植成本是 1 元/kg，售价为 1.5 元/kg；茄子的种植成本是 1.2 元/kg，售价为 2 元/kg。



23. (本小题满分 8 分)

中央电视台的《朗读者》节目激发了同学们的读书热情. 为了引导学生“多读书，读好书”，某校对八年级部分学生的课外阅读量进行了随机调查，整理调查结果发现，学生课外阅读的本数最少的有 5 本，最多的有 8 本，并根据调查结果绘制了不完整的图表. 如下所示：

本数 (本)	频数 (人数)	频率
5	a	0.2
6	18	0.36
7	14	b
8	8	0.16
合计	c	1

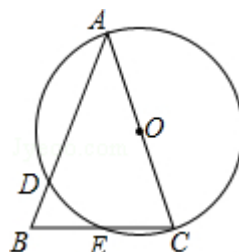


- (1) 统计表中的 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;
 (2) 请将频数分布直方图补充完整;
 (3) 求所有被调查学生课外阅读的平均本数;
 (4) 若该校八年级共有 1200 名学生, 请你估计该校八年级学生课外阅读 7 本及以上的人数.

24. (本小题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 交 BC 于点 E .

- (1) 求证: $BE=CE$;
 (2) 若 $BD=2$, $BE=3$, 求 AC 的长.



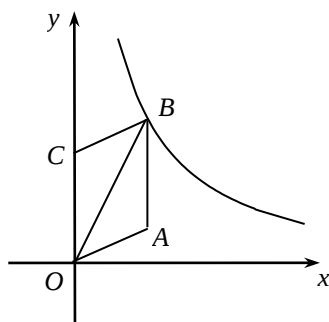
第 24 题图

25. (本小题满分 10 分)

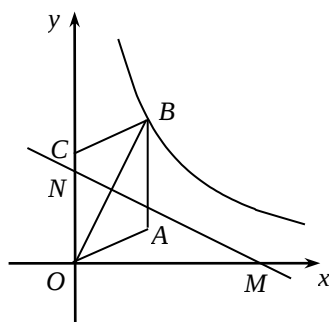
如图 1, $\square OABC$ 的边 OC 在 y 轴的正半轴上, $OC=3$, $A(2, 1)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 B .

- (1) 求点 B 的坐标和反比例函数的关系式;
 (2) 如图 2, 直线 MN 分别与 x 轴, y 轴的正半轴交于 M , N 两点, 若点 O 和点 B 关于直线 MN 成轴对称, 求线段 ON 的长;

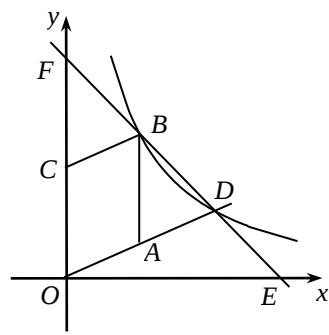
(3) 如图 3, 将线段 OA 延长交 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 D , 过 B, D 的直线分别交 x 轴, y 轴于 E, F 两点, 请探究线段 ED 与 BF 的数量关系, 并说明理由.



第 25 题图 1



第 25 题图 2



第 25 题图 3

26. (本小题满分 12 分)

在学习了图形的旋转知识后, 数学兴趣小组的同学们又进一步对图形旋转前后的线段之间、角之间的关系进行了探究.

(一) 尝试探究

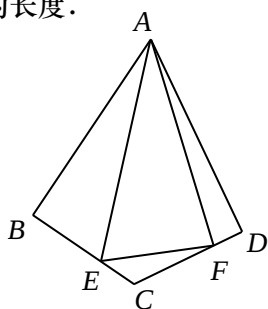
如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD=60^\circ$, $\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$, 点 E, F 分别在线段 BC, CD 上, $\angle EAF=30^\circ$, 连接 EF .

(1) 如图 2, 将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 后得到 $\triangle A'B'E'$ ($A'B'$ 与 AD 重合), 请直接写出 $\angle E'AF$ 度, 线段 BE, EF, FD 之间的数量关系为_____.

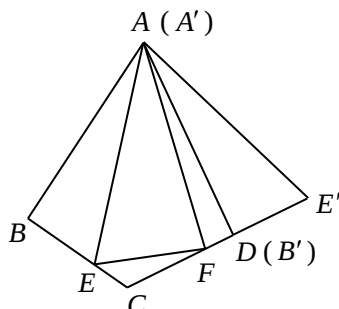
(2) 如图 3, 当点 E, F 分别在线段 BC, CD 的延长线上时, 其他条件不变, 请探究线段 BE, EF, FD 之间的数量关系, 并说明理由.

(二) 拓展延伸

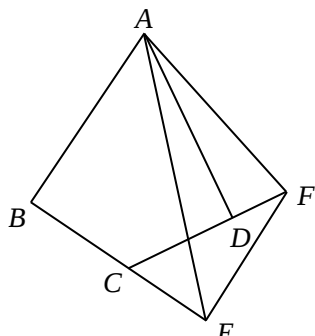
如图 4, 在等边 $\triangle ABC$ 中, E, F 是边 BC 上的两点, $\angle EAF=30^\circ$, $BE=1$, 将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle A'B'E'$ ($A'B'$ 与 AC 重合), 连接 EE' , AF 与 EE' 交于点 N , 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M , 连接 MN , 求线段 MN 的长度.



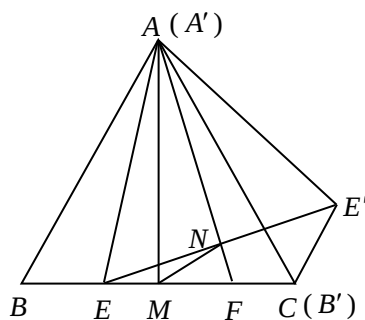
第 26 题图 1



第 26 题图 2



第 26 题图 3



第 26 题图 4

27. (本小题满分 12 分)

如图 1, 矩形 $OABC$ 的顶点 A, C 的坐标分别为 $(4, 0), (0, 6)$, 直线 AD 交 BC 于点 D , $\tan \angle OAD = 2$, 抛物线 $M_1: y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 过 A, D 两点.

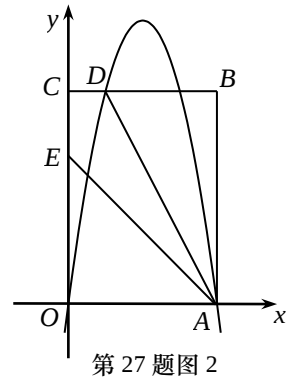
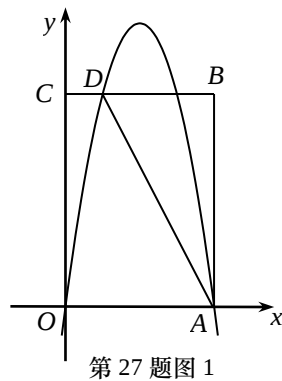
(1) 求点 D 的坐标和抛物线 M_1 的表达式.

(2) 点 P 是抛物线 M_1 对称轴上一动点, 当 $\angle CPA = 90^\circ$ 时, 求所有满足条件的点 P 的坐标.

(3) 如图 2, 点 $E(0, 4)$, 连接 AE , 将抛物线 M_1 的图象向下平移 $m (m > 0)$ 个单位得到抛物线 M_2 .

① 设点 D 平移后的对应点为点 D' , 当点 D' 恰好落在直线 AE 上时, 求 m 的值;

② 当 $1 \leq x \leq m (m > 1)$ 时, 若抛物线 M_2 与直线 AE 有两个交点, 求 m 的取值范围.



参考答案及评分意见

一、选择题（每题 4 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	C	C	B	D	B	C	B	B	C	D

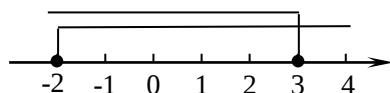
二、填空题（每题 4 分）

13. $(x-2)^2$ 14. 4 15. 90 16. 20 17. 8 18. (1, -2)

三、解答题

19. 解：原式 = $\frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{2} + 2$ 4 分
 $= 4$ 6 分

20. 解：由①得： $x \leq 3$ 2 分
 由②得： $x \geq -2$ 4 分
 在同一条数轴上表示不等式①②的解集



∴ 原不等式组的解集是 $-2 \leq x \leq 3$ 6 分

21. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形

∴ $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$ 2 分

∴ $\angle DAE = \angle BEA$ 3 分

∵ $DF \perp AE$

∴ $\angle AFD = \angle B = 90^\circ$ 4 分

又 ∵ $AD = AE$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle DFA$ 5 分

∴ $AB = DF$ 6 分

22. 解：(1) 设采摘黄瓜 x kg, 采摘茄子 y kg1 分

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ x + 1.2y = 42 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$$

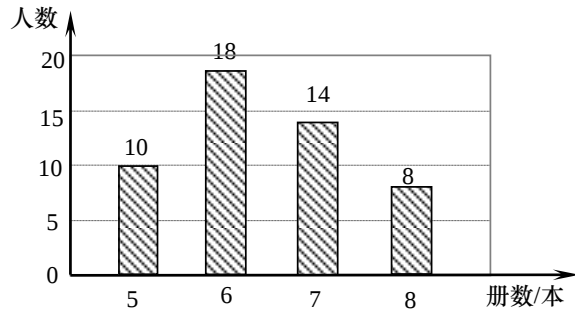
答：采摘黄瓜 30 kg, 采摘茄子 10 kg6 分

(2) 根据题意得

答：这些采摘的黄瓜和茄子可赚 23 元.8 分

23. 解：(1) $a=10$, $b=0.28$, $c=50$ 3 分

(2) 如答案图4 分



$$(3) (10 \times 5 + 18 \times 6 + 14 \times 7 + 8 \times 8) \div 50$$

$$= 6.4 \text{ (本)} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(4) (0.28 + 0.16) \times 1200$$

$$= 528 \text{ (人)} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

24. 解: (1) 连接 AE

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore AE \perp BC$

$\because AC = AB$

$\therefore BE = CE \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 连接 CD

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore CD \perp AB$

$$\text{在 } Rt\triangle BDC \text{ 中, } CD^2 = BC^2 - BD^2 = 32$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADC \text{ 中, } AC^2 = (AC - 2)^2 + CD^2$$

$$\therefore AC = 9 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

25. 解: (1) $\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形

$\therefore AB \parallel OC, AB = OC = 3, A(2, 1)$

$\therefore B(2, 4)$ 将 $B(2, 4)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$,

$$\text{解得 } k = 8, \text{ 即 } y = \frac{8}{x} (x > 0) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 如答案图 1, 过点 B 作 $BP \perp y$ 轴于点 P , 连接 BN

$\because$ 点 B 与点 O 关于直线 MN 成轴对称

$\therefore BN = ON$

$$(4 - x)^2 + 4 = x^2$$

$$\text{解得 } x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore ON = \frac{5}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 线段 ED 与 BF 的数量关系是 $ED = BF$

$$AE=AE', \angle EAE'=60^\circ$$

$\therefore \triangle AEE'$ 为等边三角形

$$\therefore \angle EAN = \frac{1}{2} \angle EAE' = 30^\circ$$

$$\therefore AN \perp EE'$$

$$\therefore \frac{AN}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形, $AM \perp BC$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AE} \quad \therefore \angle BAM = \angle BAE + \angle EAM = 30^\circ$$

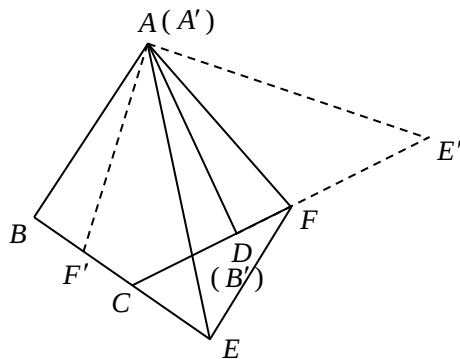
$$\therefore \angle EAF = \angle EAM + \angle MAF = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle MAF$$

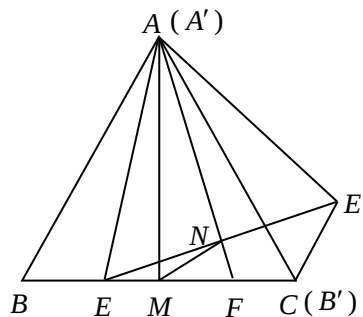
$$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABE$$

$$\therefore \frac{MN}{BE} = \frac{AM}{AB}$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$



第 26 题答案图 1



第 26 题答案图 2

27. 解: (1) $\therefore$ 在矩形 $OABC$ 中, $\tan \angle OAD = \tan \angle ADB = \frac{AB}{DB} = 2$, $AB=6$

$$\therefore DB=3, CD=1$$

$$\therefore D(1, 6)$$

将 $A(4, 0)$, $D(1, 6)$ 代入 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$

$$\therefore \begin{cases} 16a + 4b = 0 \\ a + b = 6 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = -2 \\ b = 8 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线 } M_1 \text{ 的表达式为 } y = -2x^2 + 8x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 如答案图 1, 抛物线 M_1 的对称轴为直线 $x=2$, 设 $P(2, t)$

$$\therefore AP^2 = 2^2 + t^2, CP^2 = (t-6)^2 + 2^2, AC^2 = 4^2 + 6^2, \angle APC = 90^\circ$$

$$\therefore 2^2 + t^2 + (t-6)^2 + 2^2 = 4^2 + 6^2$$

解得 $t = 3 \pm \sqrt{13}$

$\therefore P_1(2, 3 + \sqrt{13}), P_2(2, 3 - \sqrt{13})$ 8 分

(3) 直线 AE 的表达式为 $y = -x + 4$, 抛物线 M_2 的表达式为 $y = -2x^2 + 8x - m$

①如答案图 2, 将 $D(1, 6)$ 向下平移 m 个单位得 $D'(1, 6 - m)$

代入 $y = -x + 4$, 解得 $m = 3$

$\therefore$ 当 $m = 3$ 时, D' 恰落在直线 AE 上

②如答案图 3, 当 $x = m$ 时, 代入 $y = -2x^2 + 8x - m$ 得 $y = -2m^2 + 7m$

由①知, 当 $m = 3$ 时, 抛物线 M_2 与直线 AE 有一个交点

根据抛物线关于直线 $x = 2$ 对称, 当 $m > 3$ 时, $-2m^2 + 7m < 6 - m$

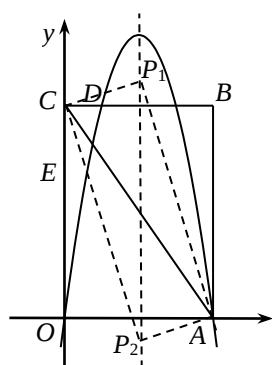
将 $(m, -2m^2 + 7m)$ 代入 $y = -x + 4$ 解得 $m_1 = 2 + \sqrt{2}, m_2 = 2 - \sqrt{2}$ (舍)

抛物线 M_2 与直线 AE 有两个交点

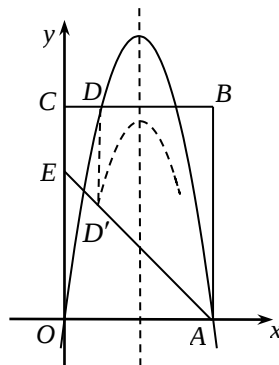
如答案图 4, $y = -2x^2 + 8x - m$ 与 $y = -x + 4$ 只有一个交点时, 满足

$$\begin{cases} y = -2x^2 + 8x - m \\ y = -x + 4 \end{cases} \quad \Delta = 81 - 8(4 + m) = 0 \quad \text{解得 } m = \frac{49}{8}$$

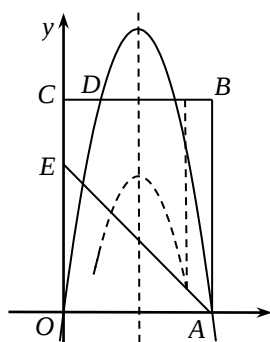
$\therefore$ 综上所述, m 的取值范围是 $2 + \sqrt{2} \leq m < \frac{49}{8}$ 12 分



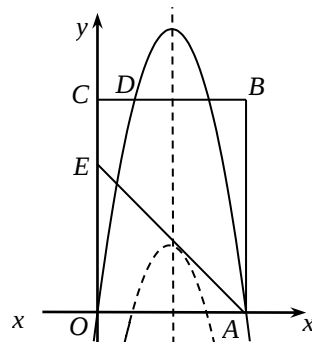
第 27 题答案图 1



第 27 题答案图 2



第 27 题答案图 3



第 27 题答案图 4